

# INTERNATIONAL SOCIETY FOR SOIL MECHANICS AND GEOTECHNICAL ENGINEERING



*This paper was downloaded from the Online Library of the International Society for Soil Mechanics and Geotechnical Engineering (ISSMGE). The library is available here:*

<https://www.issmge.org/publications/online-library>

*This is an open-access database that archives thousands of papers published under the Auspices of the ISSMGE and maintained by the Innovation and Development Committee of ISSMGE.*

# Un modèle simplifié pour le calcul du tassement d'un massif de fondation renforcé par inclusions rigides

A simplified model for evaluating the settlement of a foundation reinforced by rigid inclusions

C. Rospars, E. Bourgeois & P. Humbert  
Laboratoire Central des Ponts et Chaussées (LCPC), France

P. de Buhan  
Laboratoire des Matériaux et Structures du Génie Civil (LCPC, ENPC, UMR 113 CNRS), France

## RÉSUMÉ

La technique du renforcement des sols par inclusions rigides consiste à reporter une partie de la charge, à travers un matelas de répartition, sur les inclusions. On propose ici une modélisation simplifiée qui permet de prédire le comportement mécanique du massif, notamment le déplacement relatif des inclusions par rapport au sol. Deux paramètres doivent être identifiés, un paramètre représentant le report de charge en tête et un paramètre caractérisant le transfert de charge le long des inclusions. Par calage sur un calcul par éléments finis en condition tridimensionnelle, ces paramètres sont introduits dans le calcul d'un massif « modèle » dont la solution analytique est connue pour le modèle simplifié. On montre ainsi la pertinence du modèle pour traiter des problèmes de géométrie quelconque, sans discrétisation des inclusions, ce qui représente un avantage considérable du point de vue du traitement numérique.

## ABSTRACT

The technique of reinforcement by vertical rigid piles consists in transferring a part of the applied load to the inclusions through a granular layer. This communication presents a simplified model able to predict the relative displacement of the soil with respect to the piles. Two parameters, the load applied on the top of the piles and the shear stresses along the pile shaft, have to be identified by comparison with a three-dimensional finite element analysis. Implementing the proposed method in a finite element code would make it possible to deal with complex geometrical problems with a mesh in which the inclusions do not need to be discretized, which provides a great numerical efficiency.

## 1 INTRODUCTION

La technique de renforcement des sols de fondation compressibles par inclusions «rigides» (c'est-à-dire dont la raideur est bien plus grande que celle du sol lui-même) connaît aujourd'hui un développement important (Briançon, 2003 ; Briançon et al, 2004). Cette technique consiste à transférer la charge due à l'ouvrage placé en surface vers une couche de sol plus dure (substratum), par la combinaison d'un matelas granulaire de répartition placé entre l'ouvrage et la couche de sol compressible, et l'incorporation d'inclusions cylindriques verticales, généralement fabriquées en béton, disposées selon un maillage régulier au sein de la couche compressible, comme schématisé sur la figure 1. Sur un plan qualitatif, les mécanismes gouvernant un tel report de charge sont de deux types : par «effet de voûte» tout d'abord au sein du matelas granulaire, une part significative de la charge est reprise par les têtes d'inclusions (1), tandis que par le biais du frottement latéral entre le sol et les inclusions («effet d'accrochage» : 2), les inclusions viennent progressivement reprendre une part croissante de cette charge, soulageant ainsi d'autant le sol compressible, et réduisant corrélativement dans des proportions importantes le tassement global de la couche de fondation.

L'analyse et la prise en compte de ces mécanismes d'un point de vue quantitatif sont indispensables pour qui veut parvenir à une méthode de calcul de ce type d'ouvrages, en ce qui concerne notamment la réduction de tassement que l'on est en droit d'attendre de cette technique de renforcement. Elle se révèle néanmoins très complexe, dans la mesure où, se référant par exemple à une méthode de calcul par éléments finis, elle nécessite une discrétisation fine tridimensionnelle des inclusions et du sol environnant, aboutissant ainsi très rapidement à des problèmes numériques insurmontables, ou tout au moins incompatibles avec l'exigence d'un dimensionnement rapide de l'ouvrage.

Dans le but de surmonter de telles difficultés, la présente contribution propose un modèle de calcul simplifié, qualifié de modèle «biphasique», qui s'inspire des approches de type homogénéisation. Ce modèle tire partie de deux caractéristiques majeures de ce type de renforcement :

- la distribution des inclusions au sein du massif est périodique ;
- l'échelle caractéristique du renforcement (espacement entre deux inclusions voisines par exemple) peut être raisonnablement considérée comme petite (mais pas nécessairement très petite) en regard des dimensions d'ensemble de l'ouvrage.

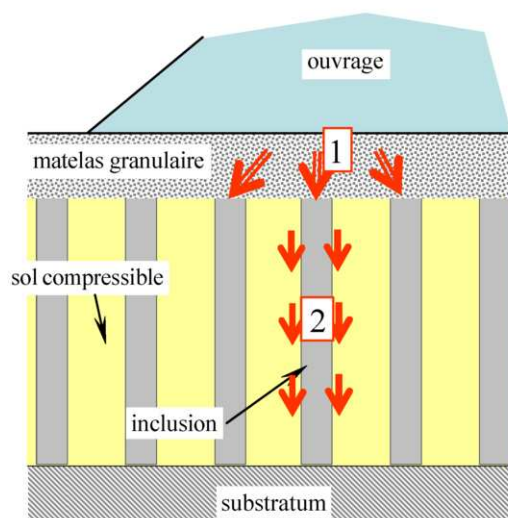


Figure 1. Schéma de principe de la technique de renforcement par inclusions rigides d'une couche de sol compressible

Sous réserve d'en avoir correctement identifié les paramètres constitutifs, l'utilisation d'un tel modèle de calcul simplifié conduit alors à une diminution radicale des temps de calcul nécessaires à la simulation de l'ouvrage, par rapport à une méthode consistant à traiter directement le sol renforcé comme un milieu composite.

## 2 PRINCIPE DE LA MODÉLISATION BIPHASIQUE DU SOL RENFORCÉ

Une telle modélisation s'applique aux sols renforcés par inclusions linéaires (Sudret et de Buhan, 2001 ; Bennis et de Buhan, 2003). Le principe en est le suivant.

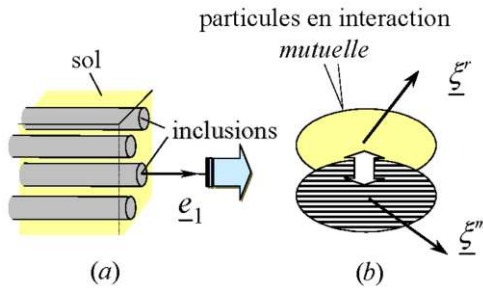


Figure 2. Principe de la modélisation biphasique d'un sol renforcé par inclusions linéaires

Un sol renforcé par inclusions peut être décrit à l'échelle «microscopique» comme un géocomposite dont les constituants occupent des domaines géométriques distincts (Fig. 2a). À l'opposé de ce point de vue, la modélisation biphasique revient à appréhender un tel matériau à l'échelle «macroscopique», comme résultant de la superposition de deux milieux continus, dénommés phases : la phase matrice, qui représente le sol, et la phase renforcement, qui représente le réseau d'inclusions. Il apparaît ainsi, conformément à une telle description, qu'en chaque point géométrique coexistent deux particules respectivement attachées aux deux phases, en interaction mutuelle, et animées de cinématiques distinctes caractérisées par leurs déplacements respectifs  $\underline{\xi}^m$  et  $\underline{\xi}^r$  (Fig. 2b).

Partant de cette intuition, et prenant en compte le caractère orienté des inclusions de renforcement, la méthode des puissances virtuelles par exemple permet de construire les efforts intérieurs pour chacune des phases, et d'établir les équations d'équilibre correspondantes. Celles-ci s'écrivent en l'absence de forces de volume (pesanteur) :

$$\begin{cases} \text{div} \underline{\underline{\sigma}}^m + \underline{L} = 0 \\ \text{div}(\underline{\sigma}^r \underline{e}_1 \otimes \underline{e}_1) - \underline{L} = 0 \end{cases} \quad (1)$$

où  $\underline{\underline{\sigma}}^m$  (resp.  $\underline{\sigma}^r$ ) désigne la contrainte partielle décrivant les efforts intérieurs à la phase matrice (resp. renforcement), tandis que  $\underline{L}$  représente la densité volumique des efforts d'interaction entre phases. Il importe de noter que la contrainte (uniaxiale) de la phase renforcement peut être interprétée comme l'effort axial dans les inclusions, rapporté à l'unité de surface transversale à leur direction  $\underline{e}_1$ . Aux équations d'équilibre (1) sont classiquement associées les conditions aux limites, la particularité du modèle biphasique étant que ces dernières doivent être spécifiées séparément sur le contour de chacune des phases.

Afin de pouvoir traiter par le calcul les problèmes relatifs aux ouvrages renforcés par de telles inclusions, les équations précédentes doivent être complétées par les équations de com-

portement. Dans le cas d'un comportement élastique linéaire, ces équations s'écrivent :

- pour la phase matrice :

$$\underline{\underline{\varepsilon}}^m = \frac{1 + \nu^m}{E^m} \underline{\underline{\sigma}}^m - \frac{\nu^m}{E^m} (\text{tr} \underline{\underline{\sigma}}^m) \underline{I} \quad (2a)$$

où  $\underline{\underline{\varepsilon}}^m$  désigne la déformation de la phase matrice, tandis que  $E^m$  et  $\nu^m$  sont le module d'Young et le coefficient de Poisson.

- pour la phase renforcement :

$$\underline{\sigma}^r = a^r \underline{\varepsilon}^r \quad (2b)$$

où  $\underline{\varepsilon}^r = \partial \xi^r / \partial x_1$  désigne la déformation axiale de la phase renforcement, et  $a^r$  représente la raideur des inclusions de renforcement par unité de surface transversale à leur direction.

- pour l'interaction matrice/renforcement :

$$\underline{L} = \alpha \Delta \underline{e}_1 \quad \text{avec} \quad \Delta = \xi_1^r - \xi_1^m \quad (2c)$$

où le paramètre  $\alpha$  est appelé coefficient d'interaction.

## 3 APPLICATION

Le modèle précédent est appliqué à l'analyse du tassement d'une couche de sol renforcé par inclusions rigides sous l'action d'une surcharge uniforme, le substratum étant supposé indéformable. Les notations relatives à la géométrie du problème ainsi qu'aux différentes caractéristiques élastiques des phases et de leur interaction sont indiquées sur la figure 3. Il convient tout particulièrement de noter que la condition aux limites en contrainte sur la phase renforcement :

$$\underline{\sigma}^r(z = H_1) = -\lambda q, \quad 0 \leq \lambda \leq 1 \quad (3)$$

revient à exprimer le fait qu'une fraction égale à  $\lambda$  de la charge  $q$  appliquée en surface du massif est reprise en tête des inclusions.

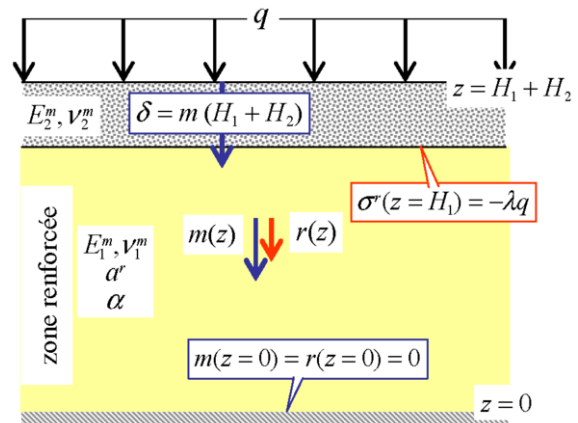


Figure 3. Analyse par le modèle biphasique du tassement d'un sol de fondation renforcé par inclusions rigides

Les principales étapes conduisant alors à la résolution analytique d'un tel problème sont les suivantes. Recherchant les champs de déplacement dans les phases matrice et renforcement sous la forme :

$$\underline{\underline{\xi}}^m = -m(z) \underline{e}_z, \quad \underline{\xi}^r = -r(z) \underline{e}_z \quad (4)$$

où  $m(z)$  et  $r(z)$  sont les tassements correspondants (comptés positivement vers le bas) à la cote  $z$ , la combinaison des équations d'équilibre (1) et de comportement (2) dans la zone renforcée donne le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} a_1^m m''(z) + \alpha(r - m)(z) = 0 \\ a^r r''(z) - \alpha(r - m)(z) = 0 \end{cases} \quad (5)$$

où  $a_1^m$  désigne le *module oedométrique* de la phase matrice dans la zone renforcée :

$$a_1^m = E_1^m \frac{(1 - \nu_1^m)}{(1 + \nu_1^m)(1 - 2\nu_1^m)} \quad (6)$$

L'intégration de ce système d'équations en tenant compte des conditions aux limites en  $z=0$  et  $H_1$  permet d'aboutir aux expressions analytiques pour les tassements dans la couche de sol renforcé, modélisée comme un milieu biphasique :

$$\begin{cases} m \\ r \end{cases} = \frac{qz}{a^r + a_1^m} + ql \frac{\sinh(z/l)}{\cosh(H_1/l)} \left( \frac{a^r}{a^r + a_1^m} - \lambda \right) \begin{cases} 1/a_1^m \\ -1/a^r \end{cases} \quad (7)$$

dans lesquelles apparaît la *longueur caractéristique* :

$$l = \left[ \frac{a^r a_1^m}{\alpha(a^r + a_1^m)} \right]^{1/2} \quad (8)$$

Il en résulte que la contrainte dans la phase renforcement s'écrit :

$$\sigma^r = a^r(-r'(z)) = -\frac{q}{a^r + a_1^m} - q \frac{\cosh(z/l)}{\cosh(H_1/l)} \left( \frac{a^r}{a^r + a_1^m} - \lambda \right) \quad (9)$$

tandis que l'expression du tassement en surface est :

$$\begin{aligned} \delta &= m(z = H_1 + H_2) = \\ &= q \left\{ \frac{H_2}{a_2^m} + \frac{H_1}{a^r + a_1^m} + \frac{l}{a_1^m} \left( \frac{a^r}{a^r + a_1^m} - \lambda \right) \tanh\left(\frac{H_1}{l}\right) \right\} \end{aligned} \quad (10)$$

où  $a_2^m$  est le module oedométrique du matériau granulaire constituant le matelas.

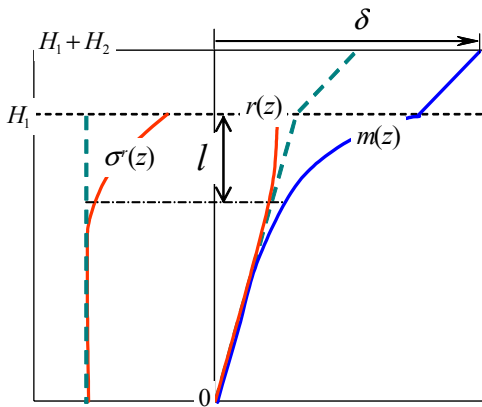


Figure 4. Courbes donnant le profil des tassements dans les phases matrice et renforcement, et la contrainte dans la phase renforcement, en fonction de la profondeur.

La figure 4 donne l'allure des tassements dans les phases matrice et renforcement, ainsi que de la variation de la contrainte le long des renforcements. On observe notamment que le modèle biphasique adhérent (même déplacement pour le sol et les inclusions) correspond à la situation où le coefficient d'interaction  $\alpha$  tend vers l'infini, c'est-à-dire de manière équivalente la longueur caractéristique  $l$  donnée par (8) tend vers zéro. On obtient dans ce cas :

$$m = r = q \frac{z}{a_1^m + a^r}, \quad \sigma^r = -q \frac{a^r}{a_1^m + a^r} \quad (11)$$

correspondant aux courbes en pointillés sur la figure. La longueur  $l$  peut dès lors s'interpréter comme l'ordre de grandeur de la distance, comptée à partir de la tête des inclusions, à partir de laquelle la solution générale donnée par les expressions (7) et (8) coïncide avec la solution particulière obtenue en faisant l'hypothèse que les deux phases ont le même déplacement.

#### 4 IDENTIFICATION DES PARAMÈTRES DU MODÈLE

L'intérêt du modèle de calcul biphasique est de fournir une évaluation analytique directe, donc aisément exploitable dans le cadre d'un dimensionnement d'ouvrage, aussi bien des tassements en fonction de la profondeur, que des contraintes dans les renforcements. L'utilisation pratique d'un tel modèle repose néanmoins entièrement sur la possibilité d'identifier, d'une part, les modules élastiques des phases et, d'autre part, les paramètres  $\lambda$  et  $\alpha$ , respectivement la proportion  $\lambda$  de la charge reprise en tête des inclusions de renforcement et le coefficient d'interaction.

En ce qui concerne la phase matrice, il paraît légitime, compte tenu de la faible fraction volumique du matériau de renforcement, et donc *a contrario* du fait que celle du sol soit très proche de l'unité, d'identifier directement les caractéristiques élastiques de la phase matrice (indice  $m$ ) dans la couche renforcée à celles du sol initial (indice  $s$ ):

$$E^m \equiv E^s, \quad \nu^m \equiv \nu^s \quad \text{d'où} \quad a^m \equiv a^s \quad (12)$$

La seule caractéristique élastique de la phase renforcement entrant en jeu dans la mise en œuvre du modèle est le paramètre  $a^r$ , qui n'est autre que la raideur des renforcements par unité de surface transversale, soit compte tenu de la forme cylindrique des inclusions (Fig 2a) :

$$a^r = \eta E^b \quad (13)$$

où  $\eta$  est la fraction volumique du matériau de renforcement (béton par exemple) et  $E^b$  son module d'Young.

Il apparaît en revanche qu'en dépit de quelques tentatives faites en ce sens (Bennis et de Buhan, 2003), le coefficient d'interaction  $\alpha$  entre phases ne peut être identifié aussi simplement à partir des caractéristiques du renforcement à l'échelle microscopique. De même, le paramètre  $\lambda$  apparaît comme une donnée exogène au modèle biphasique. On propose donc d'estimer les valeurs de ces deux paramètres en effectuant une comparaison avec les résultats obtenus par une simulation par éléments finis du problème de la figure 3. Compte tenu de l'uniformité de la charge appliquée en surface et de la distribution périodique des inclusions selon par exemple un maillage carré, la résolution de ce problème se ramène à celle du problème auxiliaire représenté sur la figure 5, relatif à une maille élémentaire avec les conditions aux limites appropriées. Un maillage tridimensionnel du quart de cette structure (compte tenu des symétries) a été réalisé à l'aide du code de calcul CESAR-LCPC. De manière à obtenir une solution précise au voi-

sinage de l'interface entre le sol et l'inclusion, le maillage utilisé est relativement fin. À titre indicatif, il est intéressant de signaler qu'il comporte 25 000 nœuds.

La comparaison avec les résultats du calcul analytique biphasique a été faite de la manière suivante. Les paramètres du modèle biphasique directement identifiables à partir des données du problème auxiliaire sont :

$$a_1^m = 20,2\text{MPa} , a_2^m = 67,3\text{MPa} , a_2^m = 1099\text{MPa} \quad (14)$$

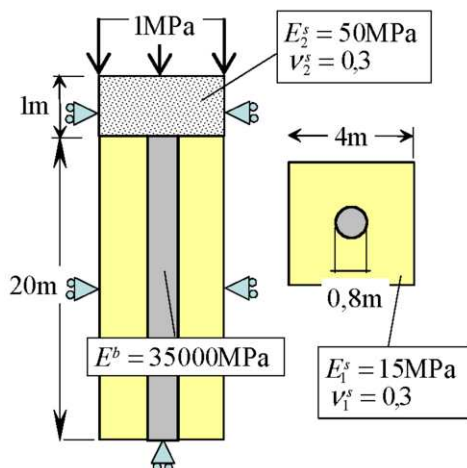


Figure 4. Données relatives à la résolution du problème auxiliaire

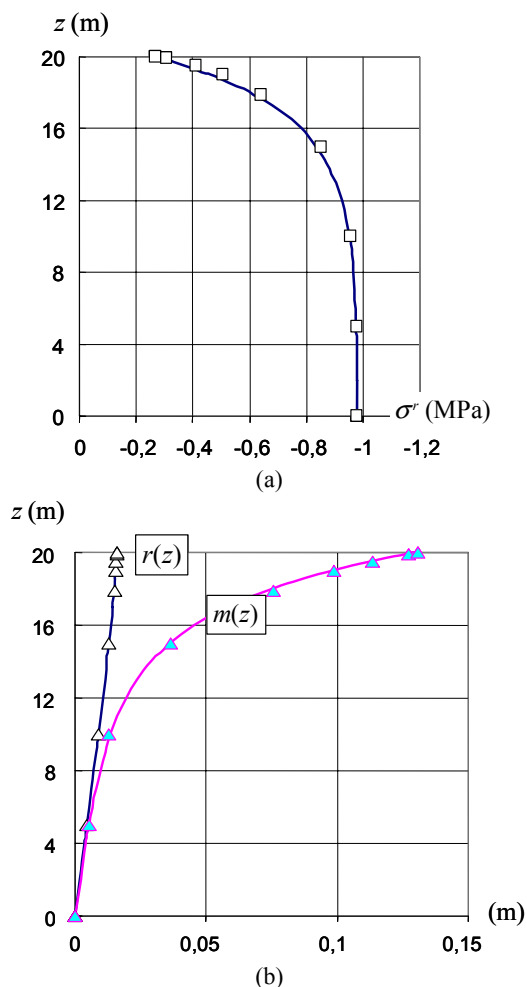


Figure 5. Comparaison entre les résultats du calcul biphasique et ceux de la simulation par éléments finis.

Les valeurs des paramètres  $\alpha$  et  $\lambda$  ont été calées par ajustement de la courbe analytique donnant la variation de la contrainte dans le renforcement (équation (9)) avec les points obtenus en exploitant les résultats de la simulation par éléments finis. Ces derniers sont simplement déterminés en calculant, à différentes profondeurs, la résultante des contraintes  $\sigma_z$  dans la section de l'inclusion rapportée à la section totale de la maille élémentaire. La figure 5a montre les points résultant de la simulation éléments finis et le résultat du calage de la courbe analytique, qui conduit à retenir les valeurs suivantes des paramètres  $\lambda$  et  $\alpha$  :

$$\lambda = 0,27 , \alpha = 2\text{MPa.m}^2 \quad (15)$$

On a calculé, à partir des résultats du calcul par éléments finis, le déplacement vertical moyen respectivement dans le sol et dans l'inclusion, pour différentes valeurs de la profondeur  $z$ . La figure 5b représente les valeurs, obtenues analytiquement (courbes) et issues du calcul par éléments finis (symboles). On vérifie que le modèle analytique est en très bon accord avec le calcul tridimensionnel.

## 5 CONCLUSION

Après avoir identifié le coefficient d'interaction entre phases ( $\alpha$ ) et le paramètre ( $\lambda$ ) quantifiant le report de charge en tête des inclusions, l'analyse du cas particulier d'une charge uniforme montre la pertinence des résultats obtenus pour les déplacements des inclusions et le tassement dans le sol. Le modèle de calcul biphasique présente le grand avantage de pouvoir être mis en œuvre pour des configurations bien plus complexes, où une analyse par éléments finis classique serait difficile, le nombre de nœuds nécessaires pour obtenir une solution satisfaisante dépassant les limites actuelles des moyens de calcul. Le modèle biphasique peut être implanté dans un code de calcul par éléments finis, tel que CESAR-LCPC : cette implantation a déjà été réalisée dans le cas particulier où les cinématiques des phases sont identiques et a prouvé son efficacité pour des calculs d'ouvrages réels (Bourgeois et al., 2002 ; Rospars et al., 2004). Par ailleurs, dans certaines situations, il faut également prendre en compte le comportement en flexion et en cisaillement des inclusions, et non pas seulement les efforts axiaux : le traitement correspondant est décrit dans (Hassen et de Buhan, 2003).

## RÉFÉRENCES

- Bennis, M. and de Buhan, P. 2003. A Multiphase Constitutive Model of Reinforced Soils Accounting for Soil-Inclusion Interaction Behaviour. *Mathematical and Computer Modelling*, 37, 469-475.
- Bourgeois, E., Garnier, D., Semblat, J.F. et Sudret, B. 2002. Approche par homogénéisation du comportement d'un front de taille de tunnel renforcé par boulonnage : comparaison avec des essais en centrifugeuse. *Revue Française de Génie Civil*, Vol. 5, n°1, 9-38.
- Briançon, L. 2003. *Renforcement des sols par inclusions rigides : état de l'art en France et à l'étranger*. IREX, Paris, 185 p.
- Briançon, L., Kastner, R., Simon B. et Dias D. 2004. Etat des connaissances : amélioration des sols par inclusions rigides, *Symposium International ASEP-GI 2004*, Dhoub et al (eds), 15-43.
- Hassen, G. and de Buhan, P. 2003. A multiphase model for simulating the response of a reinforced soil foundation under combined loading. *Symp. Int. FONDSUP*, Magnan et Droniuc (ed.), presses de l'ENPC/LCPC, 303-310.
- Rospars, C., Bourgeois, E., de Buhan, P. et Humbert, P. 2004. Modélisation numérique de la construction du mur expérimental en Terre Armée de Bourron-Marlotte à l'aide d'un modèle de calcul homogénéisé. *Conf. Int. de Géotechnique*, Beyrouth, 275-280.
- Sudret, B. and de Buhan, P. 2001. Multiphase model for inclusion reinforced geotechnical structures. Application to rock-bolted tunnels and piled raft foundations. *Int. J. Num. An. Meth. Geomech.*, 25, 155-182.