

# INTERNATIONAL SOCIETY FOR SOIL MECHANICS AND GEOTECHNICAL ENGINEERING



*This paper was downloaded from the Online Library of the International Society for Soil Mechanics and Geotechnical Engineering (ISSMGE). The library is available here:*

<https://www.issmge.org/publications/online-library>

*This is an open-access database that archives thousands of papers published under the Auspices of the ISSMGE and maintained by the Innovation and Development Committee of ISSMGE.*

## Performances des modèles d'éléments finis 3D en géotechnique Performances of 3D finite element models in geotechnical engineering

P. Mestat, E. Bourgeois & P. Humbert  
*Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, Paris, France*

Y. Riou  
*Institut de Recherche en Génie Civil et Mécanique (Gem), Ecole Centrale de Nantes, Nantes, France*

### RÉSUMÉ

Cette communication présente plusieurs études sur la modélisation numérique 3D. L'objectif est d'analyser l'influence de la finesse de la discrétisation géométrique sur les résultats. L'une des études est fondée sur le premier concours de prévisions exclusivement 3D. Toutes les observations démontrent que les calculs 3D sont aujourd'hui possibles, mais que le raffinement des maillages 3D reste limité. Il n'est pas encore possible d'obtenir les densités de maillage utilisées couramment pour les modèles 2D.

### ABSTRACT

This paper presents several studies on the 3D numerical modelling. The objective is to analyse the influence of geometrical discretization on the results. One of the studies is related to the first benchmark test entirely devoted to 3D computations. All the conclusions show that the 3D models are today available, but the refinement of the 3D mesh is still limited. It is impossible to obtain the same mesh density as in currently used 2D models.

### 1 INTRODUCTION

Pendant longtemps, les chercheurs et les ingénieurs ont réalisé des calculs par éléments finis bidimensionnels pour étudier le comportement des ouvrages de géotechnique. Ces modélisations ont permis de comprendre les phénomènes qui se produisaient dans les ouvrages « linéaires », c'est-à-dire les ouvrages dont l'une des dimensions est prépondérante par rapport aux deux autres, si bien qu'il est raisonnable d'étudier le comportement dans un plan moyen perpendiculaire à la direction de la plus grande dimension. Mais les ouvrages complexes en zone urbaine et les interactions entre groupes de structures, par exemple, restaient souvent inaccessibles en termes de modélisation numérique.

Aujourd'hui, la puissance des ordinateurs est devenue telle qu'il semble possible de mener des calculs tridimensionnels dans des conditions acceptables en temps de calcul et en densité de maillage. La prise en compte de géométries de plus en plus complexes, des couplages hydromécaniques en comportement non linéaire et des phénomènes d'interactions sol-structures reste cependant délicate à réaliser. Cette communication fait le point sur les possibilités actuelles du calcul par éléments finis pour simuler les problèmes à trois dimensions, notamment en présentant les résultats du premier concours de prévisions organisé autour d'une modélisation tridimensionnelle.

### 2 UTILISATION DES MODÈLES 2D ET LIMITATIONS

Les modélisations numériques en déformation plane ou en déformation axisymétrique constituent les approches les plus courantes en géotechnique. Elles sont relativement simples à mettre en œuvre et les calculs sont assez rapides avec les ordinateurs actuels, même lorsque l'on pratique des calculs enchaînés pour simuler des phases successives de construction.

La modélisation en déformation plane consiste à mener les calculs dans un plan, défini par une normale suivant l'axe Oz (Fig. 1a). Les déformations sont indépendantes de la coordonnée z et le déplacement dans cette direction est nul. Pour cela, il est nécessaire que la géométrie des terrains soit globalement

similaire dans tous les plans parallèles au plan de déformation plane étudié ; de même pour les conditions aux limites, les conditions initiales, les interfaces et les chargements. Cette approche peut s'appliquer aux semelles filantes, aux radiers parallélépipédiques de grandes dimensions, etc.

Il est important de noter que même si le champ de déformations est bien bidimensionnel, il n'en est pas de même pour le champ de contraintes qui reste généralement tridimensionnel. En particulier, la contrainte dans la direction perpendiculaire Oz est non nulle et participe pleinement à l'estimation du critère de plasticité. L'exploitation en termes de contraintes est donc parfois délicate, avec des rotations de contraintes dues à cette contrainte « perpendiculaire ».

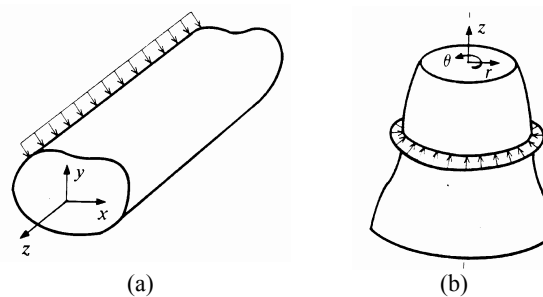


Figure 1. Calculs 2D : a) hypothèse de déformation plane ; b) hypothèse de déformation axisymétrique (symétrie de révolution)

La modélisation en déformation axisymétrique revient en fait à mener des calculs dans un plan méridien (r, z), c'est-à-dire pour un angle  $\theta$  donné (Fig. 1b). Pour cela, il est nécessaire que l'ensemble de la géométrie, des conditions aux limites et initiales, des chargements présentent également une symétrie de révolution. Cela peut concerner des ouvrages tels que les fondations circulaires, les réservoirs cylindriques, etc.

Lorsque les chargements ne respectent pas la symétrie de révolution, on peut envisager une décomposition en série de Fourier et procéder à autant de calculs en plan méridien qu'il y a de termes dans la série. Mais cette approche est progressivement abandonnée, car elle se révèle délicate à appliquer en comportement non linéaire.

Les calculs par éléments finis en plan méridien sont également très souvent utilisés après avoir réalisé la « quadrature du cercle ». Il s'agit en fait d'assimiler des ouvrages à base carrée (ou proche du carré) à des ouvrages à base circulaire de même surface. Pourvu que les couches de sol et le chargement respectent la symétrie de révolution, le calcul approché devient possible : par exemple, si B est la largeur d'une fondation carrée, le diamètre équivalent vaut alors :  $Deq = 2B/\sqrt{\pi}$ .

D'une façon rigoureuse, les occasions de réaliser de véritables calculs plans sont très rares. Lorsque les ouvrages ne sont pas « linéaires » ou de révolution, ce sont les couches de sol, les inclusions (ancrages, pieux, armatures, etc.) ou les systèmes de soutènement (butons, planchers, etc.), qui ne respectent plus les conditions de planéité. Par exemple, pour les ancrages, les lits d'inclusions (armatures, clous) et les butons, il convient de considérer des rigidités équivalentes par mètre linéaire. Il faut aussi prendre garde de ne pas couper en deux le modèle numérique plan par une représentation « plane » de l'inclusion ; il convient d'assurer une certaine continuité des mouvements du sol, sinon le modèle est irréaliste. Il en est de même de la représentation des réseaux de drains ou de colonnes ballastées, par des « murs équivalents » en déformation plane, ou des « tores équivalents » en symétrie de révolution.

Toutes ces approximations mettent en évidence les limites des calculs plans et aujourd'hui il devient possible de les confronter à des calculs tridimensionnels. Les premières études ont montré que, fort heureusement, les calculs plans sont souvent du côté de la sécurité en amplifiant les mouvements de sol, par rapport à la réalité tridimensionnelle. Par exemple, Moorman et Katzenbach (2002) l'ont prouvé dans le cas d'un ouvrage de soutènement parallélépipédique en comparant les approches en déformation plane et en symétrie de révolution avec un véritable calcul tridimensionnel. Il y a donc des différences notables dans les déplacements horizontaux de l'écran, selon que l'on compare les mouvements au coin du parallélépipède excavé ou au milieu des murs soutenant la fouille.

Une autre comparaison, a priori simple, a été effectuée au LCPC dans le cadre de la simulation d'une série de quatorze expérimentations de fondations superficielles carrées enterrées chargées verticalement, sur le site de Labenne (Mestat et Berthelon, 2001). Les fondations superficielles sont posées à une certaine profondeur dans une fouille aux parois maintenues par un coffrage métallique vertical. Cette géométrie particulière suggère une modélisation tridimensionnelle. Malheureusement, même en tenant compte des symétries dues à l'homogénéité du sol et au chargement vertical et centré, on aboutit rapidement à un maillage très important et des temps de calculs déraisonnables. Pour cette raison, la modélisation des quatorze essais a été effectuée en symétrie de révolution. Néanmoins, il était nécessaire de justifier cette approche « bidimensionnelle » et de comparer les résultats avec ceux d'un calcul véritablement tridimensionnel. L'essai numéro 2 a été considéré : un maillage 3D représentant un huitième de la fondation réelle (Fig. 2) et un maillage dans un plan méridien (Fig. 3) ont été réalisés. Les calculs ont été effectués pour le modèle élastoplastique parfait de Mohr-Coulomb. Le calcul 3D a duré près de 105 heures sur une station Sun Ultra 5 et le calcul axisymétrique, seulement 6 h et 40 min.

La figure 4 montre que les résultats des deux calculs sont très proches, si les déplacements restent centimétriques. Au-delà, les calculs n'ont pas abouti faute de temps mais on sent bien qu'une différence apparaît entre les déplacements du centre de la fondation au-delà d'un centimètre. La bonne concordance ne peut justifier le choix d'une modélisation en symétrie de révolution que pour des déplacements assez faibles. Cette étude devrait être complétée par une comparaison pour des déplacements plus grands et si possible être menée au voisinage de la rupture pour pleinement conclure sur la différence entre

les approches 3D et axisymétrique. Ces calculs très longs pourront être menés sur la nouvelle machine prochainement à la disposition du LCPC.

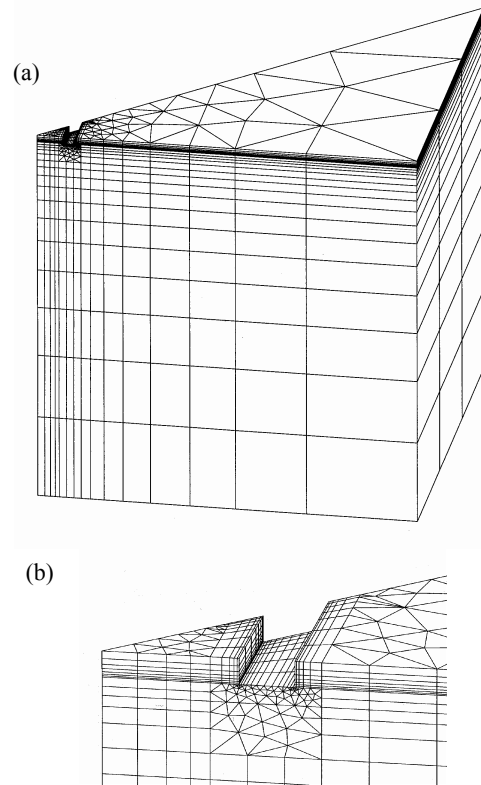


Figure 2. Maillage 3D pour la fondation superficielle (13 022 nœuds) : a) vue générale ; b) zoom autour de la fondation

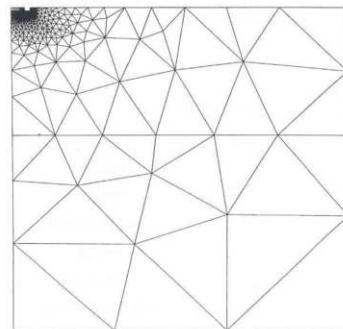


Figure 3. Maillage en symétrie de révolution pour la fondation superficielle (1974 nœuds)

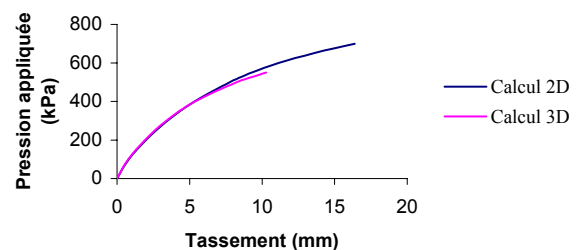


Figure 4. Comparaison entre un modèle en symétrie de révolution et un modèle tridimensionnel (tassement au centre de la fondation)

### 3 PERFORMANCES DES CALCULS 3D

La résolution par les éléments finis d'un problème en comportement non linéaire nécessite essentiellement deux processus de discrétisation simultanés : une discrétisation spatiale du domaine géométrique représentatif de l'ouvrage et de son environnement (maillage) et une résolution itérative si les lois de comportement des matériaux sont non linéaires.

La « qualité » de la solution dépend de ces processus et de leur interaction au cours du calcul. Une notion de convergence peut être associée à ces processus. La *convergence au sens du maillage* est assurée par le choix et la formulation mathématique des éléments finis. Lorsque le maillage devient de plus en plus fin, la solution numérique tend vers une limite très proche de la solution exacte du problème théorique. La *convergence au sens du processus de résolution incrémental et itératif* est vérifiée par des tests sur le déséquilibre du milieu discrétisé.

L'importance de la convergence au sens du maillage semble perdue de vue aujourd'hui par nombre de modélisateurs. En effet, si pour un modèle bidimensionnel on arrive aisément à faire un maillage suffisamment fin pour garantir une bonne solution au sens de la convergence du maillage, il n'en est plus de même pour un modèle tridimensionnel. Or cette approche se développe de plus en plus grâce à la montée en puissance constante des ordinateurs et l'utilisateur se trouve démuné face au maillage 3D qu'il vient de réaliser. Les problèmes de visualisation de la densité du maillage et le fait qu'on ne peut dépasser certaines tailles font que la modélisation 3D n'est pas évidente à aborder. On arrive très rapidement à des nombres d'équations et des durées de calcul considérables en comportement non linéaire. Malheureusement, la nécessité d'avoir des résultats pour des temps raisonnables conduit à ne pas trop raffiner les maillages 3D ; on est ainsi encore loin d'obtenir des densités d'éléments proches de celles couramment adoptées dans les modèles 2D. Par exemple, les figures 5a et 5b comparent deux modèles d'ouvrages souterrains récents réalisés avec le logiciel CESAR-LCPC. La figure 5a présente une vue agrandie d'une zone maillée en 3D qui simule le creusement au prédécoupage mécanique. Ce type de maillage est bien représentatif des modèles réalisés actuellement, mais la densité des éléments y est faible, comparée à celle d'un calcul « similaire » réalisé en 2D (Fig. 5b). Un nombre d'éléments faible dans des zones fortement sollicitées conduit à des résultats peu précis, notamment en termes de contraintes. Pour un calcul 3D, les valeurs de contraintes obtenues dans un revêtement de tunnel doivent donc être analysées soigneusement et utilisées avec prudence pour un éventuel dimensionnement.

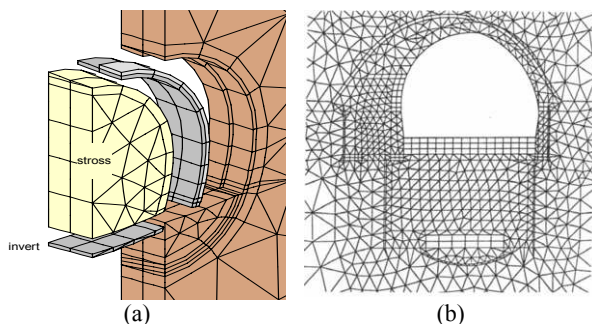


Figure 5. Exemple de comparaison de densité d'éléments autour d'une cavité : a) pour un modèle 3D ; b) pour un modèle 2D en déformation plane (calculs réalisés avec CESAR-LCPC)

Cette notion de convergence au sens du maillage est importante pour les calculs 3D, et les études manquent pour l'apprécier et pour éviter certains errements. C'est une voie dans laquelle il paraît nécessaire d'aller afin de compléter les recommandations pratiques proposées dans plusieurs publica-

tions et qui concernaient essentiellement les modèles 2D. Une approche complémentaire consiste à développer l'usage des indicateurs et des estimateurs d'erreur a posteriori. Il s'agit de développer de nouveaux post-traitements sur les résultats des calculs, notamment sur les contraintes et les déformations.

Une autre façon d'aborder cette question a consisté à proposer un concours de prévisions de calculs 3D. Cette initiative a été prise par le LCPC et l'Ecole Centrale de Nantes.

### 4 CONCOURS DE PRÉVISIONS ET « CALCULS 3D »

Le LCPC et l'Ecole Centrale de Nantes ont proposé en 2003 le premier concours de prévisions concernant des calculs numériques 3D. Il s'agissait de simuler le comportement d'une fondation superficielle carrée (1 m x 1 m), posée à 50 cm d'un talus (Fig. 6). Le talus est incliné d'un angle de 27 degrés par rapport à l'horizontale. Ce problème était inspiré de la série d'essais réalisés sur le site de Labenne, mais il n'a jamais été fait référence dans ce concours à des mesures réalisées au cours de ces expérimentations. Les valeurs de tous les paramètres mécaniques ont été imposées dans cet exercice, ainsi que la géométrie extérieure et la position de la nappe phréatique.

L'objectif de l'exercice est d'apprécier les différences sur les résultats dues au choix des éléments finis et de la densité des maillages ou des grilles employés.

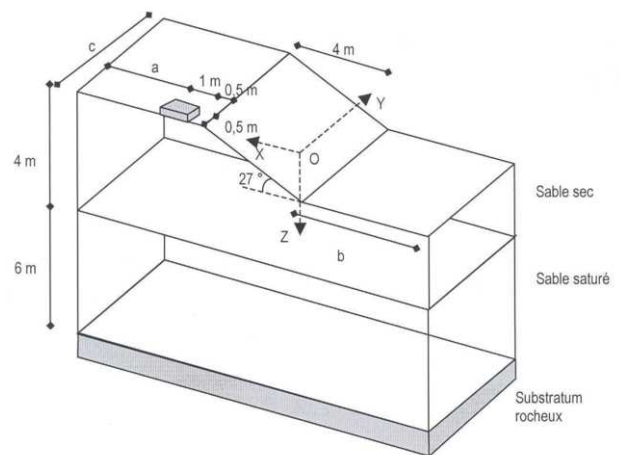


Figure 6. Configuration générale du problème 3D proposé (plan de symétrie xOz)

La fondation est chargée par une pression uniforme verticale croissant progressivement de 0 à 500 kPa. Une adhérence parfaite est supposée entre la fondation et le massif de sol. Le choix de la position des conditions aux limites à l'infini et du plan de symétrie est laissé à l'appréciation des participants : choix des distances a, b et c (Fig. 6). Le découpage en incréments est également laissé libre. Le comportement du sol est décrit par un modèle élastoplastique parfait de type Mohr-Coulomb :  $\gamma_d = 16 \text{ kN/m}^3$  ;  $E = 33,6 \text{ MPa}$  ;  $\nu = 0,28$  ;  $c = 1 \text{ kPa}$  ;  $\phi = 33,5 \text{ degrés}$  et  $\psi = 11,4 \text{ degrés}$ . Le sol sous la nappe a les mêmes caractéristiques, sauf pour le poids volumique pris égal à  $11 \text{ kN/m}^3$ . La fondation est en métal :  $E = 210\,000 \text{ MPa}$  et  $\nu = 0,285$ . Son épaisseur est de 20 cm. Le calcul est mené en deux étapes. D'abord, un calcul sous poids propre est réalisé de manière à initialiser le champ de contraintes. Puis les déplacements associés sont annulés et, dans une deuxième étape, la pression sur la fondation est augmentée jusqu'à 500 kPa.

Quatre participants ont proposé plusieurs séries de calcul qui ont permis de tirer des conclusions sur les performances des calculs 3D. Les logiciels utilisés sont CESAR-LCPC, PLAXIS et FLAC3D. Les données non imposées par l'exercice sont regroupées dans le tableau 1. Des éléments finis

de type linéaire ou quadratique ont été utilisés : la distinction est indiquée sur les figures lorsque cela est nécessaire pour la compréhension. La figure 7 donne un exemple de maillage.

Tableau 1. Valeurs des paramètres non imposés

	Dimensions non imposées			Nombre de nœuds
	a [m]	b [m]	c [m]	
Auteur 1	4	8	4	5 839
Auteur 2	7	6	7,5	26 562 (dense)
Auteur 2	7	6	7,5	15 500 (lâche)
Auteur 3	6,5	7	10	8 445
Auteur 4	6	7,5	6	5 332

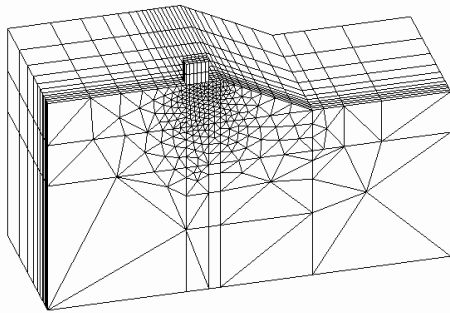


Figure 7. Exemple de modèle 3D proposé pour l'exercice

La figure 8 montre que, pour de faibles pressions, tous les modèles 3D donnent des valeurs similaires pour le déplacement vertical de la fondation à 0,5 m du talus. Au fur et à mesure que la pression croît et, semble-t-il au-delà de 10 mm, des différences apparaissent entre les déplacements fournis par les modèles. Les valeurs numériques augmentent avec la densité du maillage et les dimensions du domaine discrétisé. Les différences vont s'accroître pour des pressions plus élevées et, en particulier, ces calculs conduiront à des estimations très différentes de la charge de rupture. Sans se placer au voisinage de la rupture, il est intéressant d'analyser les différences pour une pression égale à 300 kPa, qui correspond au début de la dispersion observée (Fig. 8). Pour cette valeur de 300 kPa, la figure 8 semble indiquer que le déplacement tend vers une limite proche de 30 mm lorsque la finesse de la discrétisation augmente.

Afin de compléter les résultats du concours, des études de sensibilité ont été effectuées, sur des éléments finis linéaires et quadratiques, afin de mettre en évidence la convergence au sens du maillage 3D pour le déplacement vertical associé à la pression égale à 300 kPa. La figure 9 regroupe les résultats actuellement obtenus par « l'auteur 4 », parfois au prix de longs calculs. Cette analyse montre que la valeur de 30 mm qui apparaissait comme stable sur la figure 8 ne l'est pas encore, même pour des modèles avec 30 000 nœuds. Il semble que l'on ait atteint avec les logiciels disponibles dans le commerce un palier qu'il est difficile de dépasser pour des temps de calcul économiquement acceptables. Cette observation conduit à recommander la plus grande prudence lors de l'interprétation des résultats fournis par des modèles 3D ; la précision est encore trop faible sur les déplacements et sur les contraintes.

## 5 CONCLUSION

Le LCPC et l'Ecole Centrale de Nantes ont entrepris plusieurs études sur la modélisation numérique tridimensionnelle de manière à mettre en garde les utilisateurs contre la difficulté de réaliser ces calculs avec les logiciels du commerce. En particulier, il a été lancé un concours de prévisions du comportement tridimensionnel d'une fondation carrée en bord de talus.

Une des conclusions principales de cet exercice est que, pour la méthode des éléments finis en 3D, l'utilisation des éléments quadratiques à 20 nœuds est recommandée, et que l'effort nécessaire pour obtenir un maillage « correct », compris entre une bonne précision et un temps de calcul acceptable, est encore du domaine de l'expertise. Pour l'exemple traité, la recherche d'une convergence au sens du maillage montre qu'il faut plus de 30 000 nœuds pour obtenir un résultat raisonnable. Les calculs 3D se démocratisent, mais il est encore difficile de faire de véritables études de convergence au sens du maillage. Cette constatation doit conduire les géotechniciens à la prudence dans l'analyse de résultats 3D et dans leur utilisation pour des dimensionnements.

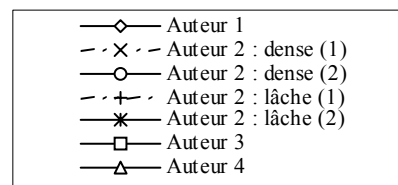
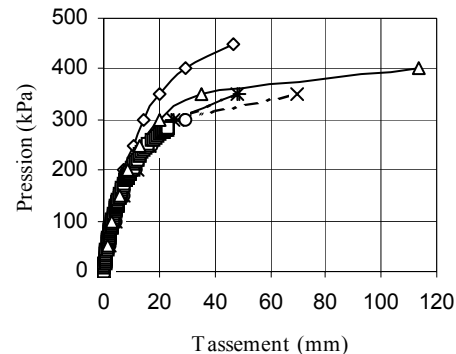


Figure 8. Courbes charges-tassements fournies par les participants au concours de prévisions (les chiffres 1 et 2 correspondent à des valeurs de paramètres de résolution différentes)

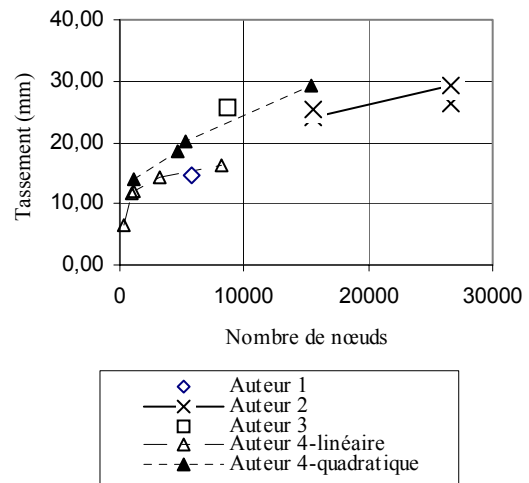


Figure 9. Valeurs des tassements pour une pression de 300 kPa en fonction du nombre de nœuds dans le modèle numérique 3D

## RÉFÉRENCES

Mestat Ph. et Berthelon J.-P. 2001. Modélisation par éléments finis des essais sur fondations superficielles à Labenne, *Bulletin des Laboratoires des Ponts et Chaussées*, n° 234, 57-78.

Moormann C. and Katzenbach R. 2002. Three-dimensional finite element analysis of corner effects on deep excavations behaviour. *Numerical Methods in Geotechnical Engineering*, Mestat (ed.), Presses de l'ENPC/LCPC, 633-640.