

# INTERNATIONAL SOCIETY FOR SOIL MECHANICS AND GEOTECHNICAL ENGINEERING



*This paper was downloaded from the Online Library of the International Society for Soil Mechanics and Geotechnical Engineering (ISSMGE). The library is available here:*

<https://www.issmge.org/publications/online-library>

*This is an open-access database that archives thousands of papers published under the Auspices of the ISSMGE and maintained by the Innovation and Development Committee of ISSMGE.*

# Modélisation simplifiée du comportement des sols au déchargement

## A simplified modeling of the unloading behaviour of soil

Ph. Mestat – *Rhéologie et Modélisation des Sols, LCPC, France*

N. Arafati – *ENPC, LCPC, France*

**RÉSUMÉ :** Cet article présente une étude sur la modélisation du comportement des sols au déchargement. Après un bref rappel des résultats d'essais en laboratoire, les définitions mécaniques du déchargement sont analysées en terme de tests sur les contraintes et les déformations. Une modification du modèle élastoplastique parfait de Mohr-Coulomb est proposée pour décrire de manière approchée le comportement des massifs de sol au déchargement. L'exemple de la modélisation d'une fouille non soutenue montre l'importance qu'il y a à prendre en compte les zones en chargement et les zones en déchargement dans la description du comportement du massif excavé.

**ABSTRACT :** This paper presents a theoretical study of unloading behaviour of soil. After a short review of triaxial results, the mechanical definitions of unloading are analysed. A modified Mohr-Coulomb model is proposed for a simple theoretical description of multiaxial unloading of soil masses. This new model was tested on an unsupported excavation ; the modelling shows the necessity to account for the loading and unloading area in soil.

### 1 INTRODUCTION

Le comportement des massifs de sol, ou de roche, soumis à un déchargement constitue un problème important en géotechnique, car il intervient dans de nombreux domaines. On peut citer notamment la réalisation d'ouvrages souterrains ou d'excavations à ciel ouvert, l'effet des cycles de chargement-déchargement sur les structures (séisme, houle). La notion de déchargement est également liée au concept de surconsolidation des sols au cours de l'histoire géologique.

D'un point de vue mécanique, la définition de l'état d'un point matériel (charge, décharge, recharge, état neutre) soumis à des sollicitations diverses n'est pas toujours claire. L'objet de cet article est donc de préciser cette définition, de montrer l'influence de ces états dans les modélisations courantes et de préciser l'étendue des régions de sol en déchargement mécanique dans le cas d'une excavation. Les développements présentés peuvent être appliqués à des cas de chargement/déchargement monotone ou ne comportant que peu de cycles.

### 2 ESSAIS DE LABORATOIRE ET COMPORTEMENT AU DÉCHARGEMENT

Les essais triaxiaux montrent généralement que le comportement au déchargement est différent du comportement au chargement et qu'un cycle de déchargement-rechargement peut faire apparaître une boucle d'hystérésis plus ou moins prononcée selon le matériau considéré. Les modules au déchargement, déduits des courbes contraintes-déformations obtenues à l'appareil triaxial classique sur des sables ou des argiles, sont ainsi plus élevés, de l'ordre de 1 à 3 fois d'après Wong et Duncan (1974), que les modules au chargement ou au rechargement, lorsqu'ils sont déterminés dans une gamme de déformation radiale maximale comprise entre 0,01 et 0,5%. Les modules au déchargement et au rechargement peuvent être en général confondus.

Cependant, pour des déformations très faibles, les essais de recherche avec une mesure fine des déformations (jusqu'à  $10^{-5}$  ou  $10^{-6}$ ) semblent montrer que les pentes au chargement initial et au déchargement sont du même ordre de grandeur. Ces essais restent rares et, dans les études courantes, on ne dispose pas de mesures aussi fines ; les modules sont donc déterminés à partir des résultats d'essais disponibles pour des déformations plus

importantes, qui prennent déjà en compte des irréversibilités ou à tout le moins un comportement non linéaire. C'est ce qui explique les différences observées précédemment.

Par ailleurs, l'analyse quantitative des résultats de ces essais ne peut être réalisée indépendamment d'un schéma théorique a priori : hypoélasticité ou élastoplasticité.

### 3 NOTION DE DÉCHARGEMENT ET LOIS DE COMPORTEMENT

#### 3.1 Notion de déchargement en sollicitation uniaxiale

La définition d'un déchargement, au sens mécanique du terme, est sans ambiguïté dans le cas d'un essai à chemins de contraintes imposés pour lequel l'état de contraintes est homogène et ne varie que dans une seule direction, notée  $\sigma$  (exemples : essais triaxiaux drainés de compression, d'extension ou à pression moyenne constante, etc.). Si la variation est croissante ( $d\sigma > 0$ ), l'éprouvette (ou point matériel en mécanique des milieux continus) est en chargement ; si la variation est décroissante ( $d\sigma < 0$ ), l'éprouvette est en déchargement.

La prise en compte d'un éventuel radoucissement complique cette définition, mais ne pose pas de difficulté particulière, il suffit d'adjoindre un test sur la variation de la déformation  $d\epsilon$  pour distinguer 3 états : si  $d\sigma > 0$  et  $d\epsilon > 0$ , le point est en chargement ; si  $d\sigma < 0$  et  $d\epsilon < 0$ , le point est en déchargement ; si  $d\sigma < 0$  et  $d\epsilon > 0$ , le point est en radoucissement.

#### 3.2 Notion de déchargement en sollicitation multiaxiale

Pour un ouvrage dans lequel l'état de contraintes n'est pas homogène et varie d'intensité et de direction en tout point, la notion précédente de déchargement n'est plus applicable et devient dépendante du schéma de comportement théorique choisi. Un point matériel peut être en chargement dans une direction tandis qu'il est en déchargement dans les autres directions (i.e. un accroissement de la contrainte normale peut être accompagné par une diminution de la contrainte de cisaillement). De plus, un chargement dans un système de coordonnées peut entraîner quelques déchargements dans un autre système de coordonnées. Pour éviter ces ambiguïtés

concernant les systèmes de coordonnées, la définition doit être exprimée avec des invariants.

L'élasticité incrémentale à modules variables, l'hypoélasticité et l'élastoplasticité sont des schémas de comportement qui permettent de définir des modules différents au cours d'un chargement et d'un déchargement (tableaux 1,2 et 3).

### 3.3 Déchargement et modèles à modules variables

Les modèles à modules variables peuvent être considérés comme un cas particulier de l'hypoélasticité et définis par une relation incrémentale de la forme :

$$ds_{ij} = 2G_t de_{ij} \text{ et } dp = K_t d\epsilon_{kk}$$

$$\text{avec } s_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma_{kk} \delta_{ij} / 3 = \sigma_{ij} - p \quad ; \quad q = \sqrt{\frac{3}{2} s_{ij} s_{ij}} \quad ;$$

$$e_{ij} = \epsilon_{ij} - \epsilon_{kk} \delta_{ij} / 3.$$

$K_t$  est une fonction dépendant de la contrainte moyenne  $p$ , tandis que  $G_t$  dépend de la contrainte moyenne  $p$  et de la contrainte déviatorique  $q$  (Desai et Siriwardane, 1984). Différentes fonctions  $K_t$  et  $G_t$  sont considérées pour le chargement initial, le déchargement et le rechargement ultérieurs.

Les conditions sur  $p$ ,  $q$  et leur incrément (tableau 1) ne fournissent pas une définition unique pour le chargement et le déchargement. En effet, par exemple, le matériau peut être simultanément en chargement pour la contrainte déviatorique ( $q = q_{\max}$  et  $dq > 0$ ) et en déchargement pour la contrainte moyenne ( $p \leq p_{\max}$  et  $dp < 0$ ). Cette définition n'est pas suffisamment générale.

### 3.4 Déchargement et comportement hypoélastique

Pour un schéma hypoélastique, une autre définition a été proposée pour le déchargement (tableau 2). Celui-ci est alors lié au signe du travail incrémental  $dW$  d'une déformation  $d\epsilon_{ij}$  dans un état de contraintes  $\sigma_{ij}$  :

$$dW = \sigma_{ij} d\epsilon_{ij}$$

### 3.5 Inconvénient des tests de déchargement pour les modèles hypoélastiques

Les définitions contenues dans les tableaux 1 et 2 présentent une ambiguïté dans la condition de chargement neutre, où on peut arbitrairement désigner soit le module de déchargement, soit le module de chargement (ou le module de rechargement). En effet, un changement infinitésimal de contraintes au voisinage de cet état peut produire des variations finies de déformations, la condition de continuité du matériau est alors violée, ce qui n'est pas physiquement acceptable. Néanmoins, cela dépend essentiellement de la forme du chargement appliqué et il semble qu'à part des conditions complexes de chargement multiaxial, l'état neutre ne se rencontre pas.

### 3.6 Déchargement et comportement élastoplastique

La notion de chargement plastique est différente de la notion proposée pour un matériau hypoélastique, car elle ne concerne que les points situés sur la frontière du domaine élastique. Si les variations des contraintes  $d\sigma_{ij}$  ont tendance à sortir du domaine élastique (la forme du domaine évoluant s'il y a écrouissage), le point est en chargement plastique (tableau 3). Le déchargement indique une tendance à rentrer dans le domaine élastique.

Tableau 1. Définitions des états de chargement et de déchargement pour un schéma de comportement à modules variables ( $K$  et  $G$  fonctions des contraintes).

Chargement	Déchargement	Rechargement	État neutre
$p = p_{\max}$ et $dp > 0$ alors $K = K_{charge}$	$p \leq p_{\max}$ et $dp < 0$ alors $K = K_{décharge}$	$p < p_{\max}$ et $dp > 0$ alors $K = K_{recharge}$	$dp = 0$
$q = q_{\max}$ et $dq > 0$ alors $G = G_{charge}$	$q \leq q_{\max}$ et $dq < 0$ alors $G = G_{décharge}$	$q < q_{\max}$ et $dq > 0$ alors $G = G_{recharge}$	$dq = 0$

Tableau 2. Définitions des états de chargement et de déchargement pour un schéma de comportement élastique ou hypoélastique.

Chargement	Déchargement	Rechargement	État neutre
$W = W_{\max}$ et $dW = \sigma_{ij} d\epsilon_{ij} > 0$ $K = K_{charge}; G = G_{charge}$	$W \leq W_{\max}$ et $dW = \sigma_{ij} d\epsilon_{ij} < 0$ $K = K_{décharge}; G = G_{décharge}$	$W < W_{\max}$ et $dW = \sigma_{ij} d\epsilon_{ij} > 0$ $K = K_{recharge}; G = G_{recharge}$	$dW = \sigma_{ij} d\epsilon_{ij} = 0$

Tableau 3. Définitions des états de chargement et de déchargement pour un schéma de comportement élastoplastique.

Chargement plastique	Déchargement élastique	Rechargement élastique	État neutre
$F(\sigma_{ij}, k) = dF(\sigma_{ij}, k) = 0$ et $\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} > 0$	$F(\sigma_{ij}, k) = 0$ et $\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} < 0$ ou $F(\sigma_{ij}, k) < 0$ et $W \leq W_{\max}$ et $dW = \sigma_{ij} d\epsilon_{ij} < 0$	$F(\sigma_{ij}, k) < 0$ et $W < W_{\max}$ et $dW = \sigma_{ij} d\epsilon_{ij} > 0$	$F(\sigma_{ij}, k) = 0$ et $\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} = 0$

où  $\sigma_{ij}$  représente le tenseur de contraintes ;  $k$ , une variable d'écrouissage scalaire correspondant à une étape de chargement donnée et  $W_{\max}$ , le travail antérieur maximal du travail total  $W$ .

Il existe alors deux manières pour obtenir une loi de comportement présentant des modules différents en charge et en décharge :

a- considérer une loi élastoplastique avec écrouissage sans noyau élastique initial. Les modules tangents  $E_{tc}$  (en chargement initial) et  $E_{td}$  (en déchargement total) sont alors respectivement :

$$\frac{1}{E_{tc}} = \frac{1}{E} + \frac{1}{H} \text{ et } \frac{1}{E_{td}} = \frac{1}{E}$$

où H est le module d'écrouissage et E, le module d'élasticité ;

b- modifier le schéma de l'élastoplasticité parfaite, comme le modèle de Mohr-Coulomb, en introduisant deux modules élastiques selon le signe du travail incrémental (figure 1) :

$$\frac{1}{E_{tc}} = \frac{1}{E_{charge}} \text{ et } \frac{1}{E_{td}} = \frac{1}{E_{décharge}}$$

Pour sa part, le coefficient de Poisson est supposé indépendant du chemin de contraintes suivi.

La seconde manière de procéder est intéressante, car elle aboutit à un modèle qui reste simple (sans écrouissage) et qui ne possède qu'un paramètre de plus (le module élastique pour le déchargement,  $E_{décharge}$ ). Cette modification est possible puisque, à l'intérieur du domaine élastique, la notion de charge-décharge n'existe pas en élastoplasticité « classique ». La définition hypoélastique du chargement peut donc être introduite et des points peuvent être en chargement élastique ( $dW^e > 0$ ) ou en déchargement élastique ( $dW^e < 0$ ).

Il n'y a pas alors de relation directe entre les notions de chargement hypoélastique et de chargement élastoplastique, chaque notion reste liée à un type de comportement. Toutefois, on distingue 3 états du point matériel : en chargement plastique, en chargement élastique, en déchargement ou en rechargement élastique.

Cette loi de Mohr-Coulomb modifiée permet de poser correctement le problème de la définition du chargement et du déchargement dans le cas des sollicitations multiaxiales, et de mieux décrire ce que l'on observe sur les essais courants. Il reste à vérifier si cette modification apporte un plus dans la modélisation d'un ouvrage réel.

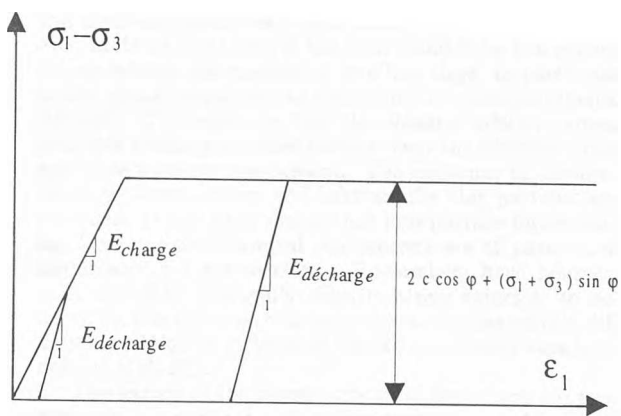


Figure 1 - Modèle élastoplastique parfait de Mohr-Coulomb modifié.

#### 4 MODÈLE D'UNE EXCAVATION NON SOUTENUE

Afin d'illustrer les considérations théoriques précédentes, l'étendue des zones en déchargement dans un milieu homogène excavé a été étudiée à l'aide du programme d'éléments finis CESAR-LCPC (Humbert, 1989).

La variable importante déterminant l'amplitude et l'allure des mouvements autour d'une excavation n'est pas la rigidité du soutènement, mais les caractéristiques du sol autour de la fouille

(Peck, 1969). C'est pour cette raison qu'une fouille non soutenue a été choisie comme exemple de calcul. Les paramètres des lois de comportement utilisées ont été calés sur des essais triaxiaux réalisés pour le concours international de prévision du comportement d'un rideau de palplanches expérimental, vibrofoncé dans un massif de sable homogène sur une hauteur de 5m (von Wolfesdorff, 1994 ; Arafati, 1996).

Avant l'excavation, l'état initial des contraintes est supposé géostatique ( $\gamma=16,5 \text{ kN/m}^3$  et  $K_0=0,34$ ). L'excavation est effectuée en cinq étapes successives : chacune correspondant à l'excavation d'une couche de hauteur 0,25m. La hauteur finale de la fouille (1,25m) correspond à la première excavation réalisée pour le rideau expérimental. Le calcul est réalisé en déformations planes ; le maillage est constitué de 533 noeuds et de 160 éléments quadrilatéraux à huit noeuds.

Les paramètres utilisés pour les différentes lois de comportement sont les suivants :

- élasticité linéaire :  
E=45 MPa et  $\nu=0,25$  ;
- modèle de Wong et Duncan (1974) :  
 $K_h=237,2$  ;  $R_f=0,785$  ;  $n=0,88$  ;  $A=0,354$  ;  $B=0,01$  ;  $d=6,83$  ;  
 $E_{ur}=1,5$  et  $K_h=355,8$  (pour le déchargement) ;
- modèle de Mohr-Coulomb *original* :  
E=45 MPa ;  $\nu=0,25$  ;  
 $\phi=41,6^\circ$  ;  $\psi=11,6^\circ$  et  $c=2,35 \text{ kPa}$  ;
- modèle de Mohr-Coulomb *modifié* :  
E(charge)=30 MPa ; E(décharge)=45 MPa ;  $\nu=0,25$  ;  
 $\phi=41,6^\circ$  ;  $\psi=11,6^\circ$  ;  $c=2,35 \text{ kPa}$  ;
- modèle élastoplastique avec écrouissage de Nova (1982) et élasticité linéarisée (Arafati, 1996) :  
 $M=1,285$  ;  $l=0,00889$  ;  $B_0=0,00126$  ;  $L_0=0,00416$  ;  $\mu=0,973$  ;  
 $D=0,432$  ;  $m=0,745$  ; E=45 MPa et  $\nu=0,25$ .

Pour l'élasticité linéaire, la zone de sol en déchargement s'étend, sous la fouille, sur une distance importante dans le massif de sol et la zone en chargement est située derrière la face verticale de la fouille. Ces zones dépendent peu du coefficient de Poisson et du coefficient de pression des terres au repos. La réponse des modèles non linéaires montre également que la zone en déchargement se développe en profondeur et relativement loin de l'excavation. Mais quoi qu'il se passe loin de la fouille, c'est le comportement des éléments situés autour de l'excavation qui influe sur les mouvements du sol.

La réponse en chargement (plastique ou élastique) des modèles gouverne les mouvements derrière la face verticale de la fouille tandis que la réponse en déchargement (ou rechargement) contrôle les soulèvements au fond de fouille. Les soulèvements en fond de fouille obtenus avec les divers modèles sont très proches les uns des autres même si, pour l'élasticité linéaire et le modèle de Wong et Duncan, il s'agit d'un déchargement élastique et pour les modèles élasto-plastiques d'un rechargement.

La figure 2 présente une comparaison des déplacements horizontaux vers la fouille pour la dernière étape d'excavation. Afin de mieux comparer les mouvements, les déplacements sont normalisés par le déplacement maximal correspondant à chaque modèle. En l'absence de soutènement, les cinématiques sont naturellement très différentes, à cause des étendues respectives des zones en charge et en décharge d'un modèle à l'autre. La définition du déchargement apparaît donc comme un facteur primordial pour la modélisation.

Les calculs avec le modèle de Mohr-Coulomb modifié peuvent donc seulement jusqu'à un certain point améliorer les résultats, mais ce n'est pas le cas pour les tassements près de la surface du sol, naturellement plus importants lorsqu'il n'y a pas de soutènement. Pour une meilleure description, il faut considérer des modèles avec élasticité non linéaire (Wong et Duncan) ou écrouissage (Nova).

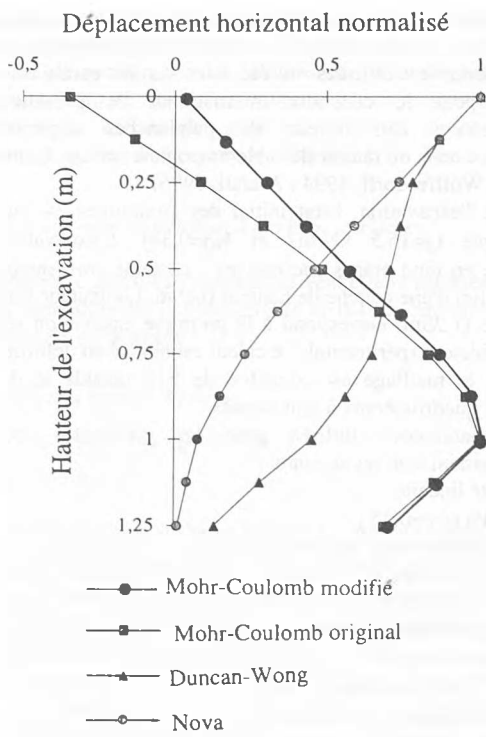


Figure 2 - Déplacements autour de l'excavation.

Wong K.S., J.M. Duncan 1974. Hyperbolic stress-strain parameters for non linear finite element analyses of stresses and movements in soil masses. *Report n°TE-74-3*, NSF, Univ. of California, Berkeley.

## 5. CONCLUSIONS

Cette étude a montré l'importance de la définition du déchargement multiaxial dans la réponse des schémas de comportement au problème d'une excavation non soutenue. En particulier, la modification proposée du modèle de Mohr-Coulomb (module en charge différent de celui à la décharge) améliore, dans une certaine mesure, la description des mouvements du sol autour d'une excavation. Mais, comme le modèle original, il ne décrit pas bien les mouvements près de la surface du sol. Néanmoins, ce modèle modifié mérite d'être confronté à des mesures expérimentales pour des excavations soutenues, ce qui n'a pu être fait pour le rideau expérimental de Hochstetten, aucune mesure du soulèvement du fond de fouille n'ayant été réalisée. Ce modèle pourrait être aussi utilisé pour modéliser des tunnels et mettre en évidence les zones en charge et en décharge, en confrontation avec d'autres modèles.

## RÉFÉRENCES

- Arafati, N. 1996. *Contribution à l'étude des problèmes de déchargement dans les massifs de sol : application à la modélisation des ouvrages de soutènement*. Thèse de doctorat de l'ENPC, Paris.
- Desai, C.S., H.J. Siriwardane 1984. *Constitutive laws for engineering materials with emphasis on geologic materials*. Prentice-Hall.
- Humbert, P. 1989. CESAR-LCPC, un code général de calcul par éléments finis. *Bull. liaison Labo. P. et Ch.* 160 : 112-116.
- Nova, R. 1982. A model of soil behaviour in plastic and hysteretic ranges, *Workshop on Constitutive Behaviour of Soils*, Grenoble : 289-309.
- Peck, R.B. 1969. Deep excavations and tunneling in soft grounds, *Proc. 7th ICSMFE* : 225-290, Mexico.
- von Wolffersdorff, P.A. 1994. *The results of the sheetpile wall field test in Hochstetten*, University of Karlsruhe.