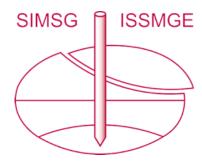
# INTERNATIONAL SOCIETY FOR SOIL MECHANICS AND GEOTECHNICAL ENGINEERING



This paper was downloaded from the Online Library of the International Society for Soil Mechanics and Geotechnical Engineering (ISSMGE). The library is available here:

https://www.issmge.org/publications/online-library

This is an open-access database that archives thousands of papers published under the Auspices of the ISSMGE and maintained by the Innovation and Development Committee of ISSMGE.

# Une approche pour le calcul des groupes de micropieux chargés axialement An approach for the analysis of axially loaded micropile groups

K. Maleki & R. Frank – CERMES (Centre d'enseignement et de recherche en Mécanique des sols), (ENPC-LCPC), Paris, France

RESUME: Parmi les techniques de renforcement des sols par inclusions, les micropieux offrent un très vaste champ d'applications. Une méthode numérique de calcul des groupes de pieux par modèle "hybride" est développée. L'influence de l'effet de groupe sur la courbe de mobilisation du frottement latéral et la matrice-transfert de la charge axiale est étudiée analytiquement. Les résultats de GOUPEG, programme basé sur ce modèle, sont comparés aux résultats d'un essai en vraie grandeur de 3 micropieux à Rueil-Malmaison (France).

ABSTRACT: Reinforcing of soils by the micropiles has a wide field of applications. A "hybrid" method for analysis of pile groups is developped. The influence of interacion between piles on the skin friction mobilisation curve and the transfer matrix is studied analytically. A comparison is made of the results obtained by GOUPEG (code based on this method) with the experimental data from a full scale test on a 3 micropile group at Rueil-Malmaison (France).

# 1 INTRODUCTION

Le déplacement d'un groupe de pieux est plus grand que celui d'un pieu isolé, identique aux pieux constituant ce groupe, soumis à une charge égale à la charge moyenne appliquée au groupe. Les pieux voisins causent un déplacement supplémentaire par rapport au déplacement que subirait le pieu, sous sa propre charge, s'il était isolé: c'est l'effet de groupe.

Il existe, pour un groupe de pieux verticaux, différentes méthodes de calcul de l'effet de groupe sous charge axiale.

La méthode du continuum élastique assimile le sol à un continuum élastique, homogène et isotrope. La prise en compte de l'effet de groupe peut être basée sur l'utilisation des solutions de Mindlin (1936) qui permet de déterminer les déplacements, provoqués par une force ponctuelle, à l'intérieur d'un massif semi-infini (Poulos 1968, Poulos et Davis 1990, Banerjee 1970 et 1978, Butterfield et Banerjee 1971). Une autre manière de prendre en compte cet effet est proposée par Randolph et Wroth (1979), à partir du modèle élastique de cisaillement d'anneaux concentriques (avec variation logarithmique du déplacement du sol par rapport à la distance au pieu, Frank 1974).

Le seconde grande catégorie de méthodes est basée sur l'utilisation des "fonctions de transfert de charge" pour le comportement des pieux individuels (ou courbes de mobilisation des efforts), combinée avec celle du continuum élastique pour prendre en compte l'effet de groupe: on parle, alors, de modèle "hybride" (O'Neill et al. 1977 et 1980) qui modifie directement les courbes de mobilisation du frottement latéral du pieu isolé, par l'application de la solution de Mindlin, afin d'évaluer l'effet de groupe. Il y a également les méthodes où l'effet de groupe est pris en compte dans la matrice de comportement généralisée du groupe, sans modification des courbes du pieu isolé (Chow 1986, Lee 1993).

# 2 METHODE DE CALCUL

On utilise ici un modèle hybride qui permet de prendre en compte l'effet de groupe et l'interaction non linéaire sol-pieu. Les pieux sont supposés liés par un chevêtre rigide auquel le vecteur de chargement est appliqué.

Le calcul est composé de trois étapes D'abord on détermine les réactions du sol, en ignorant l'effet de groupe et, dans une deuxième étape, ces réactions permettent d'évaluer l'effet de groupe au moyen des équations de Mindlin et de modifier les courbes d'interaction sol-pieu par des facteurs multiplicatifs. Enfin, ces courbes modifiées sont utilisées pour calculer le groupe à nouveau (O'Neill et al. 1980, Maleki 1995).

# 2.1 Lois d'interaction non linéaire sol-pieu et résolution

Pour l'interaction sol-pieu, la mobilisation du frottement latéral t est une fonction du déplacement du pieu w

$$t = f(w) \tag{1}$$

Pour la fonction f, on peut utiliser la loi de mobilisation trilinéaire de Frank et Zhao (1982) Cette loi, basée sur l'utilisation des résultats pressiométriques Ménard, est linéaire par morceaux (Figure 1) et

$$B = E_{xy}/r_0$$
 (pour les sols fins) (2)  

$$B = 0.4 E_{xy}/r_0$$
 (pour les sols granulaires)

où  $E_M$  est le module pressiométrique Ménard,  $r_0$  le rayon du pieu, et  $q_s$  le frottement latéral ultime (fonction du type de pieu et du type de sol).

Dans le cas de pieux en compression, une loi analogue est

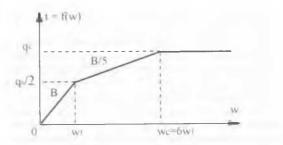


Figure 1 Courbe de mobilisation (Frank et Zhao, 1982)

construite pour la pression en pointe q<sub>p</sub> en fonction de w<sub>p</sub>

La loi non linéaire t-z est linéarisée, à chaque itération, sous la forme :

$$t = a + b_1 w \tag{3}$$

et le système sol-pieu est discrétisé en segments sur lesquels on peut supposer la rigidité axiale  $E_pA_p$  et la loi t=f(w) constantes. Pour un pieu isolé, on utilise, dans chaque tronçon du système solpieu et à chaque itération de linéarisation de la loi t-w, la solution analytique de l'équation différentielle d'équilibre pour la sollicitation axiale (Frank et Zhao, 1982) :

$$E_p A_p \frac{d^2 w}{dz^2} + P(a + b w) = 0$$
 (4)

où P est le périmètre du tronçon considéré.

# 2.2 Vecteur d'état et matrice-transfert

Le vecteur d'état V, dans le cas le plus général d'un groupe de pieux sous sollicitation tridimensionnelle, est le suivant (Degny et Romagny 1989):

$$V = \begin{bmatrix} D \\ E \\ 1 \end{bmatrix}$$
 (5)

où D est constitué du vecteur déplacement U et du vecteur rotation  $\theta$ . Le vecteur E est également constitué du vecteur effort F et du vecteur moment fléchissant M. Dans le cas général, V est de dimension 13.

La matrice-transfert d'un tronçon de pieu est la matrice  $T_1$  qui relie le vecteur d'état du niveau inférieur  $V_1$  à celui du niveau supérieur  $V_0$  (les deux extrémités du tronçon) :

$$V_1 = T_1.V_0 \tag{6}$$

La matrice T<sub>1</sub> est composée à partir des solutions analytiques de chacune des sollicitations.

Pour la sollicitation axiale :

$$T_{1} = \begin{bmatrix} ch(\lambda_{0}.l) & sh(\lambda_{0}.l)/\lambda_{0}E_{p}A_{p} & w_{par}(l) \\ \lambda_{0}E_{p}A_{p}sh(\lambda_{0}.l) & ch(\lambda_{0}.l) & E_{p}A_{p}w'_{par}(l) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(7)

où l est la longueur du tronçon,  $\lambda_0 = P.b/E_pA_p$ , et  $w_{par}(l)$  une solution particulière de l'équation (4) avec le second membre.

La matrice-transfert d'un pieu donné est le produit des matrices-transferts de chacun de ses tronçons : le vecteur d'état en tête  $V_n$  est donné en fonction du vecteur d'état en pointe  $V_0$  par :

$$V_{n} = (T_{n}.T_{n-1}....T_{j}....T_{2}.T_{1}).V_{0}$$
(8)

#### 2.3 Déplacements et efforts

Les matrice-transferts sont utilisées pour calculer les différentes matrices de rigidité. La matrice de rigidité liant les efforts E et les déplacements D au centre du chevêtre est calculée en sommant les différents éléments de rigidité de chacun des pieux et de chacune des liaisons (Degny et Romagny 1989).

Une fois que les composantes inconnues du torseur de déplacement ou d'effort au centre du chevêtre sont déterminées, on calcule les résultats intermédiaires (efforts et déplacements), pour chacun des tronçons de tous les pieux. On obtient, par exemple, le déplacement  $(d_{ii})_0$  pour le tronçon i du pieu I dans le

groupe, à l'itération "0".

### 2.4 Facteurs multiplicatifs des courbes de mobilisation d'effort

Les facteurs multiplicatifs des courbes de mobilisation du frottement latéral, pour chaque tronçon de pieu, sont calculés au moyen des équations de Mindlin. Ce facteur multiplicatif pour le tronçon i du pieu I est noté  $(\omega_{li})_1$  (l'indice 1 représente l'itération numéro 1) (Figure 2) :

$$(\omega_{ii})_{i} = \frac{(d_{ii})_{0} + (\delta_{ii})_{1}}{(d_{ii})_{0}}$$
(9)

où  $(\delta_u)_1$  est le déplacement supplémentaire causé par effet de groupe (interaction entre ce tronçon et les tronçons des autres pieux dans le groupe). Le facteur multiplicatif du tronçon i du pieu I à l'itération 1 est, donc :

$$(\omega_{ii})_{1} = 1 + \frac{(\delta_{ii})_{1}}{(d_{ii})_{0}} = 1 + \frac{1}{(d_{ii})_{0}} \sum_{\substack{j=1 \ j=1}}^{n} \sum_{j=1}^{k} (d\delta)_{ii,Jj}$$
 (10)

où n est le nombre du pieux dans le groupe, k le nombre du tronçons d'un pieu du groupe, et  $(d\delta)_{ii,ij}$  la portion du déplacement supplémentaire du tronçon i du pieu I causé par la force au tronçon j du pieu J.

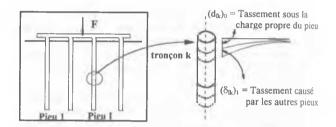


Figure 2 : Déplacement d'un tronçon de pieux dans le groupe

Le frottement latéral  $f_{Jj}$ , distribué sur la surface latérale d'un tronçon donné j du pieu J, peut être assimilé à une force ponctuelle  $F_{Jj}$ . Mindlin (1936) donne la relation entre  $(\delta_{lt})_l$  et  $F_{Jj}$  à toute itération (Maleki 1995) :

$$\left(\delta_{li}\right)_{l} = \frac{1}{G} \sum_{\substack{J=1\\J=1}}^{n} \sum_{j=1}^{k} \left[ \left(F_{Jj}\right)_{0} I_{ij}^{\star} \right]$$
(11)

où G est le module de cisaillement du sol,  $I_{ij}^*$  le facteur d'influence entre le tronçon i du pieu I et le tronçon j du pieu J.  $I_{ij}^*$  ne dépend que de la géométrie du groupe de pieux.  $(F_{Ij})_0$  est la force ponctuelle au centre de la surface inférieure du tronçon j du pieu J à l'itération 0 (sans effet de groupe).

Les relations (10) et (11) permettent de calculer  $(\omega_{li})_1$ :

$$\left(\omega_{li}\right)_{1} = 1 + \frac{1}{\left(d_{li}\right)_{0}.G} \sum_{\substack{J=1\\l\neq l}}^{n} \sum_{j=1}^{k} \left[ \left(F_{lj}\right)_{0}.I_{ij}^{*} \right]$$
 (12)

La procédure est la même pour l'effort de pointe (dans le cas où des pointes des pieux sont encastrées ou articulées).

#### 2.5 Modification des courbes de mobilisation d'effort

Une fois le calcul des facteurs multiplicatifs effectué, on modifie

les courbes de mobilisation du frottement latéral. Ici, le facteur multiplicatif est un facteur de type "facteur-w", car il agit sur le déplacement de la loi d'interaction t-w.

Pour le tronçon i du pieu I du groupe, la linéarisation de la courbe de mobilisation du frottement latéral (Equation 3) s'écrit :

$$f_{0,i}(w) = (a_m)_{0,i} + (b_m)_{0,i}.(w)$$
 (13)

où l'indice "0,i" représente l'itération 0 pour le tronçon i du pieu I. A cette itération les courbes de mobilisation du frottement latéral ne sont pas encore modifiées (Figure 3) et on calcule la distribution initiale du frottement latéral sans effet de groupe; l'indice 'm' montre le segment de droite où le calcul est en cours (0, 1 ou 2 dans le cas de la loi trilinéaire Frank et Zhao 1982).

Si on multiplie les abscisses de la courbe de l'itération 0 par  $(\omega_h)_1$ , on obtient la courbe de l'itération 1 :

$$f_{l,i}(w) = (a_m)_{l,i} + (b_m)_{l,i}.w = (a_m)_{0,i} + \frac{(b_m)_{0,i}}{(\omega_{li})_l} w$$
 (14)

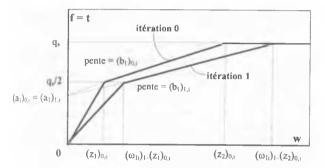


Figure 3 : Modification des courbes de mobilisation du frottement latéral

Dans l'Equation (14), le premier terme, c'est-à-dire  $(a_m)_{0,i}$  est toujours constant et ne change pas suivant les itérations (Figure 3). Pour le même tronçon, à l'itération n, la courbe de mobilisation du frottement latéral s'écrit :

$$f_{n,i}(w) = (a_m)_{n,i} + (b_m)_{n,i} \cdot w = (a_m)_{0,i} + \frac{(b_m)_{0,i}}{(\omega_{li})_n} w$$

$$= (a_m)_{0,i} + \frac{(b_m)_{0,i}}{1 + \sum_{\substack{l = 1 \ l \neq l}} \sum_{j} (d\delta)_{li,lj,n} / (d_{li})_0} w$$
(15)

Dans le cas des pieux résistants en pointe, si l'on définit une courbe de mobilisation d'effort en pointe  $q_p$ - $w_p$ , la procédure de modification est la même.

## 2.6. Modification des matrices-transferts

Il faut noter que la modification des courbes de mobilisation du frottement latéral à chaque itération modifie les matricestransferts.

A chaque itération, la valeur de  $\lambda$  de la matrice-transfert  $T_1$  (Equation 7) varie. Par exemple, pour l'itération 1 :

$$\lambda_i^2 = \frac{P(b_m)_{i,i}}{E_p A_p} = \frac{\lambda_0^2}{(\omega_{ij})_i}$$
 (16)

#### 3 PROGRAMME GOUPEG

Ce programme correspond à l'implantation du modèle d'effet de groupe présenté dans le programme GOUPIL-LCPC (Degny et Romagny 1989). GOUPIL utilise la méthode des matricestransferts. L'interaction sol-pieu sous charge verticale ou horizontale est définie au moyen des fonctions de transfert de charge non-linéaires, en fonction du déplacement relatif sol-pieu GOUPIL ne prend pas directement en compte l'effet de groupe.

La programmation est effectuée en gardant de GOUPII. la méthode des matrices-transferts, pour modéliser les éléments structuraux (pieux et chevêtre), les fonctions non-linéaires, pour modéliser les interactions sol-pieu isolé, ainsi que les processus de discrétisation physique et numérique.

La procédure de calcul de l'effet de groupe introduite dans le nouveau programme, appelé GODPIG, est elle-même itérative, c'est-à-dire qu'une fois la modification des courbes de mobilisation effectuée, on appelle à nouveau GODPIL et on aboutit à des nouveaux déplacements (par exemple,  $(d_{\parallel i})_1$  pour le tronçon i du pieu 1). On détermine  $(\omega_{\parallel i})_2$  avec les nouvelles courbes du frottement latéral et on aboutit, par GODPIL, à  $(d_{\parallel i})_2$  et ainsi de suite

Le test de convergence est effectué sur le déplacement obtenu en tête de chaque pieu. On vérifie que pour tout pieu 1, le déplacement d] | varie très peu de l'itération "n-1" à "n"

$$\left| \left( \mathbf{d}_{11} \right)_{n} - \left( \mathbf{d}_{11} \right)_{n,1} \right| \leq E \tag{17}$$

Si ε n'est pas pris exagérément petit, le processus converge, en général, pour l'ensemble des pieux, à la fin de l'itération 2

# 4 ANALYSE DES ESSAIS DE CHARGEMENT DE MICRO-PIEUX DE RUEIL-MALMAISON (FRANCE)

On compare les résultats calculés par l'application du modèle "hybride", en utilisant le programme GOUPEG, avec les mesures du comportement d'un groupe de trois micropieux en vraie grandeur (expérimentation de Rueil, en juin 1994) réalisé dans le cadre du Projet national FOREVER sur le renforcement des sols par micropieux. Les micropieux d'essais, soumis à des efforts d'arrachement, d'une longueur totale de 19 m, sont scelles gravitairement dans la partie inférieure (craie), sur 5 m (Figure 4)

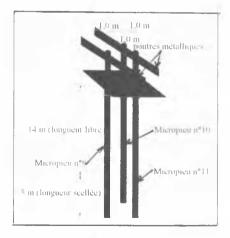


Figure 4. Groupe de micropieux d'essai

On a analysé globalement ce groupe de micropieux en utilisant GOUPEG et les frottements limites mesurés moyens dans la craie sur les micropieux en groupe (environ 280 kPa). La loi de mobilisation de frottement latéral introduite dans le programme

GOUPEG est celle trilinéaire de Frank et Zhao (1982).

On peut comparer sur la figure 5, les déplacements en tête des micropieux du groupe calculés par GOUPEG avec les mesures sur les trois micropieux.

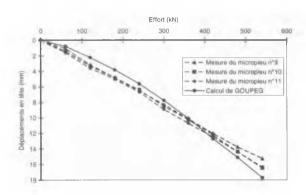


Figure 5 : Comparaison des déplacement mesurés en tête des micropieux d'essais avec ceux calculés par GOUPEG

Les calculs par GOUPEG ont été effectués en prenant,  $E=10E_{\rm M}$  où E est le module d'Young du sol, utilisé pour le calcul de l'effet de groupe par la solution de Mindlin et  $E_{\rm M}$  est le module pressiométrique Ménard II s'agit, en principe, d'un module du sol intact. Le rapport  $E/E_{\rm M}=10$  a été choisi suite à une étude paramétrique décrite ailleurs (Popa, Maleki et Frank 1993). Notons que Baguelin, Bustamante et Frank (1986) indiquent, pour le rapport  $G_0/G_{\rm M}$ , une valeur 11,3 dans le cas des sols fins,  $G_0$  étant le module de cisaillement tangentiel initial au pressiomètre autoforeur et  $G_{\rm M}$ , le module de cisaillement mesuré par l'essai Ménard ( $G_{\rm M}=2,66$   $E_{\rm M}$ , par convention).

#### 5. CONCLUSION

Le processus du calcul de l'effet de groupe, introduit dans GOUPEG, est itératif. Ce programme converge, en général, pour l'ensemble des micropieux, à la fin de sa deuxième itération.

L'interprétation des essais de Rueil-Malmaison montre que le calcul entier du groupe avec le programme GOUPEG et les résultats pressiométriques, donne toute satisfaction. Pour analyser des groupes de pieux, le modèle hybride s'avère être un outil très efficace

Les résultats obtenus par GODPEG dépendent essentiellement de la loi de mobilisation du frottement latéral "t-z". On préconise la loi trilinéaire de Frank et Zhao basée sur les résultats pressiométriques. Un module d'Young E égal à 10 fois le module pressiométrique  $E_{\rm M}$  semble réaliste pour le calcul de l'effet de groupe dans la craie.

#### REMERCIEMENTS

Les auteurs tiennent à remercier les partenaires du Projet national FOREVER et, tout particulièrement, le Ministère de l'équipement français pour son soutien à ce Projet qui fait partie de son « Plan Génie Civil »

#### REFERENCES

Baguelin, F., Bustamante M. & Frank R. 1986. The pressuremeter for foundations. French experience. Proc. of A.S.C.E. Speciality Conf. on Use of In-Situ Teste in Geotechnical Engineering, 31-46, Blacksburg, Virginia

- Banerjee, P.K. 1976. Analysis of vertical pile groups embedded in non-homogeneous soil, Proc. of 6th Europ. Conf. on Soil Mech. and Found. Eng., 345-350, Vienna, Austria.
- Banerjee, P.K. 1978. Chapter 9: Analysis of axially and laterally loaded piles groups, 317-346, Development in Soil Mechanics-1, Ed by SCOTT C.R., Applied Science Publishers LTD, London
- Butterfield R & Banerjee P K 1971 The elastic analysis of compressible piles and pile groups, Geotechnique, vol 21, X 1 43-60
- Chow Y.K. 1986. Analysis of vertically loaded pile groups, Int. J. for Num. and Analy. Meth. in Geom., vol. 10, 59-72.
- Degny E. & Romagny J.C. 1989 Calcul des efforts et déplacements dans les groupes de pieux : le programme GOTATIL, Bull. liaison Labo P. et Ch., N° 162, 3-12, Paris France.
- Frank R. 1974. Etude théorique du comportement des pieux sous charge verticale, introduction de la dilatance, PhD thesis, University Paris VI (Pierre et Marie Curie University), Paris, France
- Frank R. & Zhao S R. 1982. Estimation par les paramètres pressiométriques de l'enfoncement sous charge axiale de pieux forés dans des sols fins, Bull. liaison Labo. P. et Ch., Nº 119, 17-24, Paris, France
- Lee C.Y. 1993. Pile group settlement analysis by hybrid layer approach, J. of Geotech. Eng. Div., ASCE, vol. 119. No 6, 984-997.
- Maleki K. 1995 Contribution à l'étude du comportement des micropieux isolés et en groupe, PhD thesis, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, France
- Mindlin R D. 1936 Force at a point in the interior of a semi-infinite solid, Physics, vol. 7, 195-202.
- O'Neill M.W., Ghazzaly O.I. & Ha H. 1977. Analysis of threedimensional pile groups with non-linear soil response and pile-soil-pile interaction, Proc. of 9th offshore technology conference, 245-256, Houston, Texas.
- O'Neill M W., Hawkins R A. & Mahar L J. 1980. Field study of pile group action; Final Report, Report FHWA RD-81-002, Federal Highway Administration, U. S. Department of Transportation, Washington, D C.
- Popa H., Maleki K. & FRANK R. 1993. Modification de la courbe de mobilisation du frottement latéral causée par l'effet de groupe, Rapport de recherche interne du CERMES (ENPC-LCPC), France.
- Poulos H.G. 1968 Analysis of the settlement of pile groups. Géotechnique, vol. 18, 449-471
- Poulos H.G. & Davis E.H. 1990 Pile foundation analysis and design, Robert E. Kriger Publishing Company, Malibar, Florida
- Randolph M F & Wroth C P 1979. An analysis of the vertical deformation of piles groups, Geotechnique, vol. 29, N° 4, 423-439.