

INTERNATIONAL SOCIETY FOR SOIL MECHANICS AND GEOTECHNICAL ENGINEERING



This paper was downloaded from the Online Library of the International Society for Soil Mechanics and Geotechnical Engineering (ISSMGE). The library is available here:

<https://www.issmge.org/publications/online-library>

This is an open-access database that archives thousands of papers published under the Auspices of the ISSMGE and maintained by the Innovation and Development Committee of ISSMGE.

Contribution à l'étude de la mécanique des milieux granulaires

Contribution to the Mechanics of Granular Media

H. KARST, *Ingénieur des Ponts & Chaussées, Laboratoire des Ponts et Chaussées, Paris, France*

J. LEGRAND, *Ingénieur des Ponts & Chaussées, Laboratoire des Ponts et Chaussées, Paris, France*

P. LE TIRANT, *Ingénieur ETP, Laboratoire des Ponts et Chaussées, Paris, France*

J. P. SARDA, *Ingénieur Civil des Mines, Laboratoire des Ponts et Chaussées, Paris, France*

J. WEBER, *Ingénieur des Ponts & Chaussées, Laboratoire des Ponts et Chaussées, Paris, France*

SOMMAIRE

Les auteurs étudient dans cette communication, les relations contrainte-déformation de divers milieux granulaires soumis à différents systèmes de contrainte: variation du déviateur de contrainte, la contrainte isotrope étant maintenue constante; variation de la contrainte isotrope; déformation latérale nulle en faisant croître successivement les contraintes verticale et latérale. Ils insistent sur l'unicité approchée de la courbe σ_1/σ_3 en fonction de la déformation axiale quelles que soient les variations des contraintes principales. Ils étudient les lois de variation de différents modules de déformation suivant les systèmes de contraintes appliquées: module de première déformation sous l'action d'un déviateur; module de n^{e} déformation sous l'action d'un déviateur; module de n^{e} déformation déterminé sous variation de la contrainte isotrope. Le coefficient de Poisson est généralement voisin de 0,30 dans le domaine élastique créé par l'écroutissage du matériau.

SUMMARY

This paper deals with the stress-strain relationships of various granular materials subjected to different stress systems: variation of the deviator stress, with a constant isotropic stress; variation of the isotropic stress; no lateral deformation with successive increases of vertical and lateral stresses. The authors emphasize the nearly unique relationship between σ_1/σ_3 and axial strain irrespective of variations in the principal stresses. Laws governing different deformation moduli are studied in relation to the stress system applied: initial deformation modulus under a deviator stress; the n^{th} deformation modulus under a deviator stress; the n^{th} deformation modulus under isotropic stress variation. Poisson's ratio is usually near 0.30 in the elastic range due to strain-hardening of the material.

CETTE COMMUNICATION rend compte de certaines études effectuées depuis près de quatre ans au Laboratoire Central des Ponts & Chaussées sur la mécanique des milieux granulaires et visant à déterminer les relations contrainte-déformation, à définir le (ou les) module(s) de déformation et le coefficient de Poisson de ces matériaux. Ces études sont plus particulièrement liées aux recherches poursuivies au Laboratoire Central sur la mécanique des chaussées. Nous verrons cependant que des indications intéressantes concernant les études de fondations d'ouvrages ou les problèmes de similitude peuvent être déduites des résultats obtenus.

On sait que la relation contrainte-déformation d'un milieu granulaire n'est pas une relation biunivoque. Elle dépend notamment de l'histoire du matériau, c'est-à-dire la succession des états de contrainte et de déformation par lesquels le matériau est passé avant d'arriver à l'état considéré: première ou n^{e} sollicitation sous l'action d'une contrainte isotrope ou d'un déviateur, amplitude de variation de ces contraintes, chargement ou déchargement, etc. De ce fait, le module de déformation que l'on peut définir, à un instant donné, dépend de l'histoire de la déformation et ne peut être défini que sur un chemin déterminé au voisinage du point (Le Tirant et Sarda, 1964).

EXPÉRIMENTATION

Les expériences ont été effectuées à l'appareil triaxial sur des échantillons secs ou saturés et drainés. Trois types

d'essais ont été utilisés au cours de cette expérimentation: (a) la contrainte hydrostatique étant maintenue constante, on fait varier le déviateur de contrainte; (b) le déviateur de contrainte reste nul et la contrainte hydrostatique varie; (c) la déformation latérale est maintenue nulle à chaque instant en faisant croître simultanément (en fait successivement par paliers) les contraintes verticale σ_1 et latérale σ_3 .

DESCRIPTION DES MATÉRIAUX ÉTUDIÉS

Trois matériaux ont été utilisés au cours de cette étude: (a) Le sable de Fontainebleau: c'est de la silice presque pure dont 90 pour cent des éléments sont de dimensions inférieures à 300μ . Les grains présentent des angles vifs.

(b) Le "sable" de billes de verre dont la granulométrie très serrée est comprise entre 160 et 250μ .

(c) Le sable de Loire qui présente une granulométrie étalée de 0,1 à 5 mm. Les grains sont relativement arrondis.

Les poids spécifiques, les densités critiques, maxima, minima, etc. de ces trois sables figurent en légende sur la fig. 1 donnant les courbes granulométriques. Les densités des sables utilisés sont relativement élevées (densité relative généralement supérieure à 60 pour cent). Nous avons vérifié que la densité initiale du matériau se trouve peu modifiée par l'application successive des contraintes isotrope et axiale, l'accroissement de densité qui en résulte dépassant rarement 1 ou 2 pour cent.

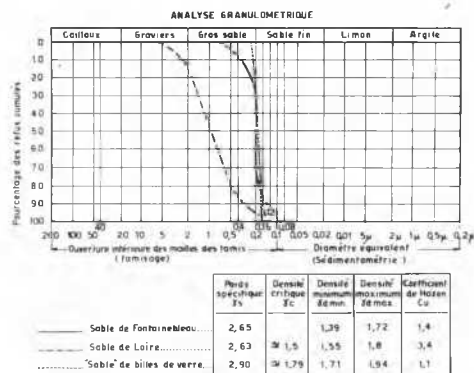


FIG. 1. Courbes granulométriques.

RELATIONS CONTRAINTE-DÉFORMATION DANS LES MILIEUX PULVERULENTS

Sous l'action de la première application d'un déviateur de contrainte (ou même d'une contrainte isotrope, si le milieu est initialement anisotrope) il se produit des glissements importants dans le milieu granulaire. Après quelques chargements successifs pour une amplitude donnée de variation du déviateur de contrainte, le cycle contrainte-déformation se stabilise progressivement. Il convient donc de distinguer nettement: d'une part, le premier chargement où la défor-

mation résulte des glissements relatifs des grains, et d'autre part, les chargements répétés où la déformation—considérablement plus faible que précédemment—traduit en grande partie la déformabilité propre des grains sous l'action des contraintes intergranulaires ou contraintes de Hertz.

Courbes contrainte-déformation au premier chargement sous l'action d'un déviateur

Une représentation commode et permettant de condenser sur un même diagramme les courbes contrainte-déformation obtenues avec un même matériau pour différentes valeurs de la contrainte hydrostatique maintenue constante au cours d'un essai, tandis que l'on fait croître le déviateur de contrainte, consiste à porter en abscisses la déformation axiale σ_1 et en ordonnées le rapport $(\sigma_1 - \sigma_3)/\sigma_3$ (ou même simplement σ_1/σ_3) (Ladanyi, 1960).

Un grand nombre d'expériences ont été effectuées avec le sable Fontainebleau et les billes de verre à différentes densités dans une gamme de pressions latérales allant de 0,1 à 10 kg/cm. ca. Les courbes obtenues dans chaque cas forment un fuseau assez étroit bien que l'éventail des valeurs de la pression latérale ait été choisi volontairement large (fig. 2).

D'autres résultats obtenus avec le sable de Loire suivant différents chemins de contrainte dans le plan $(\sigma_1/\sigma_3, \sigma_m)$ (σ_m étant la contrainte moyenne $(\sigma_1 + 2\sigma_3)/3$) montrent que les courbes σ_1/σ_3 en fonction de la déformation axiale forment également un fuseau assez étroit, bien que les contraintes principales varient simultanément (fig. 3). On notera cependant que la déformation est nettement plus faible lorsque le rapport σ_1/σ_3 est maintenu constant, que si ce

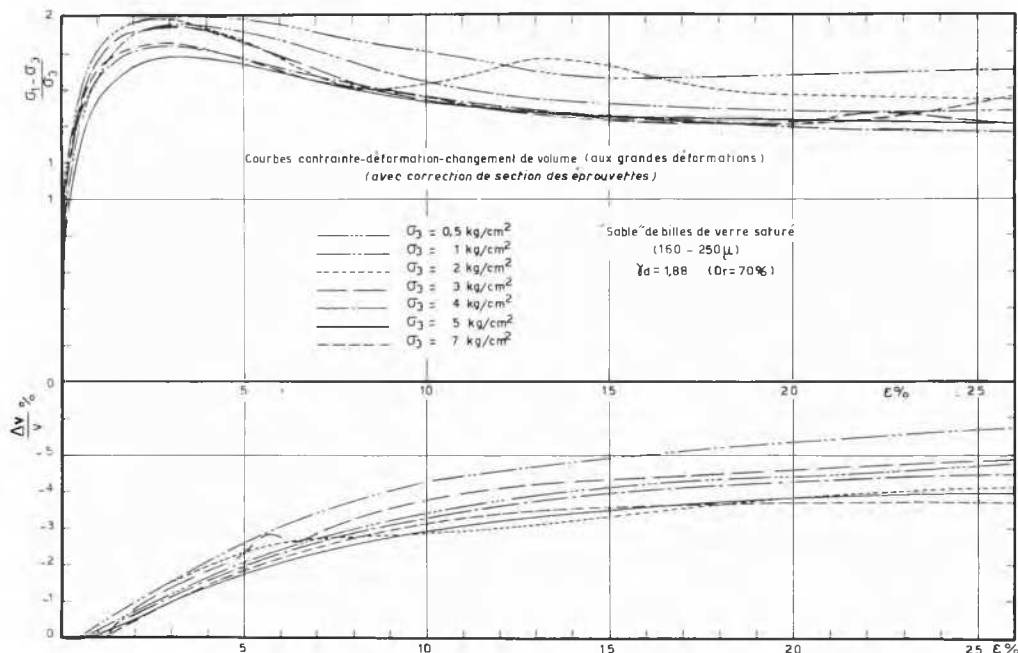


FIG. 2. Courbes contrainte-déformation—changement de volume, à contrainte hydrostatique constante.

l'écroissage du matériau. Mais à la différence de l'acier par exemple, cette limite élastique peut être aussi voisine de l'origine que l'on voudra (Biarez, 1961).

De plus la courbe contrainte-déformation ne se raccorde pas parfaitement avec le prolongement de la courbe initiale de première déformation. Cette divergence s'explique par l'évolution progressive de la structure de l'empilement consécutive aux légers glissements se produisant à chaque répétition de la charge.

Le module de déformation au n^{e} cycle défini par la pente de la droite joignant les extrémités du cycle "stabilisé" par l'application d'un déviateur varie avec la contrainte hydrostatique suivant une loi de la forme $E = C\sigma_3^n$, n étant voisin de 0,55 (fig. 5). En fait C dépend lui-même de l'amplitude du déviateur de contrainte.

Dans un milieu granulaire constitué de sphères égales et de compacité maximum (arrangement cubique à douze

relation contrainte-déformation obéit alors à la loi de la déformation élastique non-linéaire de Hertz ($\sigma_3^{2/3} = K\epsilon$), les courbes en charge et décharge n'étant toutefois pas confondues (Dantu, 1961).

Le module tangent ou module élastique du matériau ainsi rendu isotrope s'exprime en fonction de la contrainte isotrope par la relation: $E' = A\sigma_3^{1/3}$ (fig. 5).

Il est intéressant d'observer que lorsque le milieu est isotrope, les lois expérimentales dégagées dans l'étude des milieux granulaires sont à peu près en accord avec les lois théoriques bien que les grains de sable ne soient pas sphériques.

Courbes (σ_1, σ_3) à déformation latérale nulle et valeurs du coefficient de Poisson

Si l'on fait croître continuellement la contrainte verticale σ_1 , la contrainte latérale σ_3 , étant ajustée à chaque instant

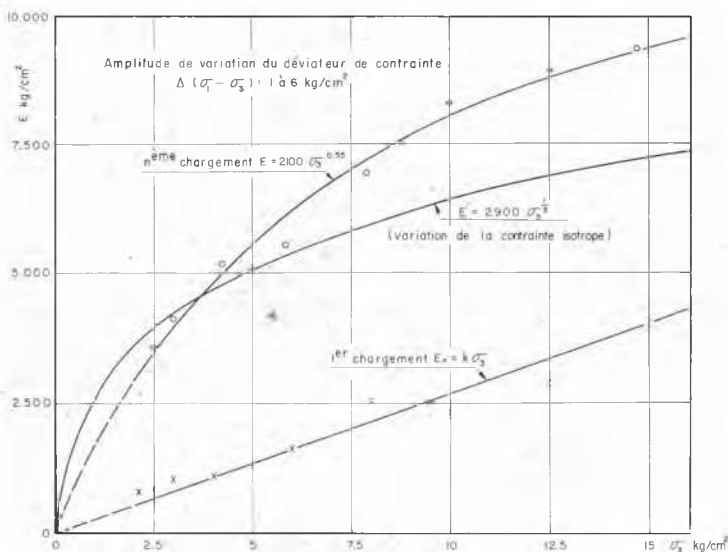


FIG. 5. Variations du module élastique en fonction de la contrainte hydrostatique.

contacts par sphère) maintenue sous une contrainte hydrostatique constante σ_3 , il est facile de montrer que le module élastique déterminé sous l'action d'un petit accroissement du déviateur de contrainte, est proportionnel à $\sigma_3^{1/3}$ (Duffy et Mindlin, 1957). Nous pensons que la différence importante observée entre le matériau réel et le milieu théorique est due partiellement aux caractéristiques propres du sable (granulométrie, coefficient de forme des grains de sable, densité...) mais surtout à l'anisotropie liée à la confection de l'éprouvette ou résultant de l'application d'un déviateur.

Variation de la contrainte isotrope

Du fait de la mise en place du sable dans le champ de la pesanteur, le milieu est initialement anisotrope. L'application d'une contrainte isotrope se traduit par des glissements importants au premier chargement. Sous l'effet de la répétition de la contrainte isotrope, le sable devient lui-même à peu près isotrope et les glissements sont peu importants. La

pour maintenir la déformation latérale nulle, la relation (σ_1, σ_3) est parfaitement linéaire quelle que soit la porosité initiale du milieu pulvérulent et dans un domaine de contrainte relativement large.

On en déduit le coefficient K_0 puis le coefficient de Poisson qui croît légèrement avec la porosité du sable, mais se situe aux alentours de 0,30 à 0,35. Les déterminations du coefficient de Poisson dans le domaine élastique, d'après les variations de volume observées sous l'application répétée du déviateur de contrainte indiquent également des valeurs voisines de 0,30 à 0,33 quelle que soit la nature du sable. Lorsqu'on atteint l'équilibre limite, le coefficient de Poisson est toujours voisin de 0,50.

CONCLUSIONS

La structure d'un milieu granulaire évolue de façon irréversible avec les contraintes appliquées; sa déformation

dépend de l'histoire des contraintes et par suite de l'histoire des déformations elles-mêmes.

1. La déformation observée sous la première application d'un déviateur de contrainte résulte essentiellement du glissement relatif des grains. Cette déformation est de même nature que le tassement se produisant sous les fondations d'ouvrages. Le module de déformation croît proportionnellement à la contrainte hydrostatique appliquée.

2. Les courbes σ_1/σ_3 en fonction de la déformation axiale au premier chargement forment un fuseau assez étroit quelles que soient les variations des contraintes principales. Cette remarque semble confirmer la loi de similitude supposée dans les milieux pulvérulents, à savoir que si la structure et le modèle sont dans le rapport λ et demeurent semblables à chaque instant, les contraintes sont λ fois plus faibles dans le modèle réduit.

3. L'application répétée d'un déviateur de contrainte crée un domaine d'élasticité (élasticité dans la direction du déviateur, donc anisotrope) avec l'apparition d'une limite élastique correspondant à la valeur maximum du déviateur appliqué. Le module élastique varie suivant une loi de la forme $E = C\sigma_n^n$ ($n \simeq 0,55$). On remarque que le module varie rapidement avec la contrainte hydrostatique entre 0 et 1 kg/cm. ca., c'est-à-dire précisément dans le domaine de contrainte susceptibles d'intéresser les problèmes de mécanique des chaussées.

4. Le module de déformation varie dans de grandes

limites avec les contraintes appliquées. Les lois de variation du module dépendent de l'histoire du chargement. Au contraire, les variations du coefficient de Poisson sont relativement limitées et sa valeur se situe généralement au voisinage de 0,30 à 0,33.

RÉFÉRENCES

- BIAREZ, J. (1961). Remarques sur les propriétés mécaniques des corps pulvérulents (anisotropie, écrouissage, élasticité, plasticité). *Cahier du groupe français d'études de Rhéologie*, tome VI, p. 9.
- (1961). Contribution à l'étude des propriétés mécaniques des sols et des matériaux pulvérulents. Thèse de Doctorat ès-sciences, Faculté des Sciences de Grenoble.
- DANTU, P. (1961). Etude mécanique d'un milieu pulvérulent formé de sphères égales de compacité maxima. *Comptes rendus du V^e Congrès International de Mécanique des Sols et des Travaux de Fondations*, Vol. 1, 1/10.
- DUFFY, J., et R. D. MINDLIN (1957). Stress-strain relations and vibrations of a granular medium. *Jour. Applied Mechanics*, Vol. 24, p. 585.
- LADANYI, J. (1960). Etude des relations entre les contraintes et les déformations lors du cisaillement des sols pulvérulents. *Annales des Travaux Publics de Belgique*, n° 3, p. 241.
- LE TIRANT, P., et J. P. SARDA (1964). Contribution à l'étude des relations contrainte-déformation des milieux pulvérulents. *Bulletin de Liaison des Laboratoires des Ponts et Chaussées*, n° 6 (mars-avril).