

INTERNATIONAL SOCIETY FOR SOIL MECHANICS AND GEOTECHNICAL ENGINEERING



This paper was downloaded from the Online Library of the International Society for Soil Mechanics and Geotechnical Engineering (ISSMGE). The library is available here:

<https://www.issmge.org/publications/online-library>

This is an open-access database that archives thousands of papers published under the Auspices of the ISSMGE and maintained by the Innovation and Development Committee of ISSMGE.

Interférence plastique de semelles filantes

Plastic Interference of Continuous Footings

J. MANDEL, DOC.SC., Professeur, Ecole Polytechnique, Laboratoire de Mécanique des Solides, Paris, France

SOMMAIRE

L'auteur étudie, par la méthode des caractéristiques, l'augmentation de la capacité portante d'une rangée de semelles parallèles, rugueuses ou lisses, lorsque l'espacement entre les semelles diminue. Les résultats numériques sont donnés pour 4 valeurs: 0, 15, 30, 45° de l'angle de frottement interne. On indique accessoirement la valeur de la force tangentielle s'exerçant sur les semelles extrêmes.

SUMMARY

The author deals with the increase in bearing capacity of continuous footings in a row, rough or smooth, when the distance between the footings is reduced. Numerical results are given for 0-, 15-, 30-, and 45-degree angles of internal friction and for the tangential force exerted on the footings at each end of the row.

L'ÉTUDE CONCERNE une rangée de semelles de fondations parallèles, liées entre elles comme les barreaux d'une grille, de telle sorte que chacune d'elles reçoit un déplacement de translation vertical, mais pas de déplacement horizontal. Les espacements entre les semelles ne sont pas nécessairement égaux entre eux, ni leurs largeurs égales entre elles. Il suffira d'examiner le cas d'une semelle de largeur B séparée des semelles voisines par les intervalles libres C_1 et C_2 (la fig. 1). Le problème posé est celui de l'augmentation de la capacité portante de cette semelle lorsque C_1 et C_2 diminuent. L'étude actuelle complète les résultats publiés dans Mandel (1963).

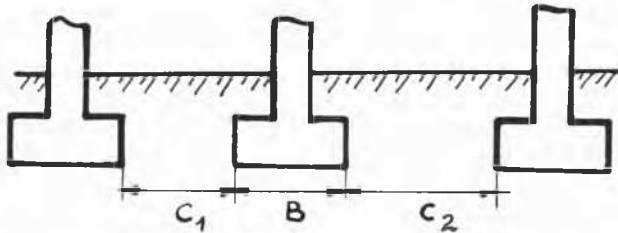


FIG. 1. Section montrant de façon visuelle la position des valeurs C_1 et C_2 .

Pour une semelle isolée on pose d'habitude (Terzaghi):

$$Y = B(qN_q + cN_c + \frac{1}{2}\gamma BN_\gamma) \quad (1)$$

Y désignant la charge limite qui peut lui être appliquée, $q = \gamma D$ la surcharge due à la profondeur, c la cohésion, γ le poids spécifique du terrain, N_q , N_c , N_γ des coefficients sans dimensions. On sait que la valeur (1) est en réalité une valeur approchée par défaut de Y et que

$$N_q = e^{\pi \tan \phi} \tan^2(\pi/4 + \phi/2)$$

$$N_c = \cot \phi (N_q - 1)$$

ϕ désignant l'angle de frottement interne du terrain.

La formule (1) demeure valable tant que les rapports C_1/B , C_2/B , restent suffisamment élevés. Pour des valeurs plus faibles de ces rapports, la force portante augmente. En adoptant toujours pour le calcul de la charge limite le même

procédé de superposition (qui en donne une valeur approchée par défaut) N_q , N_c , N_γ sont remplacés par $N'_q = \xi N_q$, $N'_c = F N_c$, $N'_\gamma = G N_\gamma$. ξ et F sont liés (Mandel, 1963) par $\xi - 1 = (F - 1)(1 - 1/N_q)$.

C'est pourquoi nous nous occupons seulement dans la suite du facteur de majoration F du terme de cohésion et du facteur de majoration G du terme de pesanteur.

CONDITION D'INTERFERENCE

Nous distinguerons le cas d'une semelle rugueuse et celui d'une semelle lisse.

Pour une semelle rugueuse isolée, le schéma d'écoulement

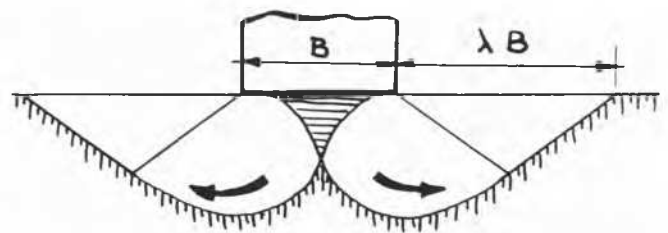


FIG. 2. Schéma d'écoulement pour une semelle rugueuse isolée.

est celui qu'ont étudié Lundgren et Mortensen (1953). En l'absence de pesanteur on a le schéma classique de Prandtl, dans lequel la terre est refoulée à droite et à gauche par un coin d'angle $\pi/2 - \phi$ qui accompagne la fondation. Dans le cas d'une terre pulvérulente/pesante, non chargée à la surface (calcul de N_γ), le coin est limité par des lignes de glissement courbes qui ne partent pas des bords de la semelle, la terre glissant sous la semelle au voisinage des bords (la fig. 2). Les longueurs des deux vagues soulevées à la surface libre sont λB , avec $\lambda = \sqrt{N_q}$ (soit 4,28 pour $\phi = 30^\circ$)* dans le premier cas, $\lambda = 1,84$ pour $\phi = 30^\circ$ (Lundgren et Mortensen, 1953) dans le deuxième cas.

Ce schéma d'écoulement demeure valable tant que les lignes de glissement qui limitent la zone plastique ne rencontrent pas les semelles voisines c'est à dire tant que

$\phi = 0^\circ$	15°	30°	45°
$\sqrt{N_q} = 1$	1,98	4,28	11,6

et C_2 restent supérieurs à λB . En introduisant les variables sans dimensions:

$$u = C_1/\lambda B, \quad v = C_2/\lambda B, \quad (2)$$

la condition d'interférence pour une semelle rugueuse est donc

$$u \text{ ou } v < 1. \quad (3)$$

Pour une semelle lisse isolée, le schéma d'écoulement est une généralisation de celui qu'a proposé Hill (1950) pour les métaux. De part et d'autre d'un point I de la base (la fig. 3) l'écoulement se fait vers la droite ou vers la gauche.

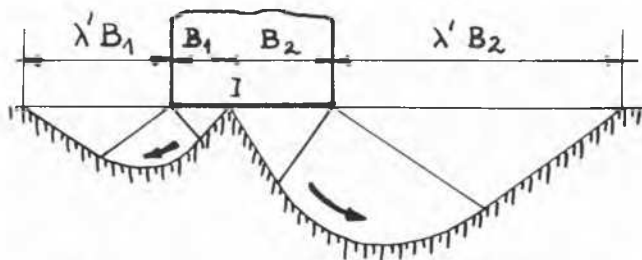


FIG. 3. Schéma d'écoulement pour une semelle lisse isolée.

Si B_1 et B_2 désignent les longueurs des 2 segments interceptés par le point I sur la base, les longueurs des deux vagues soulevées à la surface libre sont $\lambda' B_1$ et $\lambda' B_2$. En l'absence de pesanteur $\lambda' = \sqrt{N_q} = \lambda$. Dans le cas d'une terre pulvérulente pesante non chargée à la surface $\lambda' = 1,87$ pour $\phi = 30^\circ$ (Sokolovsky, 1960). Dans la suite nous confondrons λ' et λ .

Dans le cas non pesant, la position du point I sur la base reste arbitraire. Il y a donc une infinité de modes d'écoulement possibles. Tous correspondent à une même valeur de la force portante et une même valeur λB de la somme des longueurs des 2 vagues. Il en résulte que, tant que $C_1 + C_2$ reste supérieur à λB , on peut trouver un mode d'écoulement, c'est à dire un point I tel que les lignes de glissement qui en sont issues ne rencontrent pas les semelles voisines. La condition d'interférence est donc dans ce cas:

$$u + v < 1. \quad (4)$$

Il n'en est plus de même dans le cas pesant. La force portante est alors minimale lorsque $B_1 = B_2$. De plus si B_1 diffèrait de B_2 , il y aurait discontinuité de la pression majeure en I. On est donc conduit à prendre I au milieu de la base. La condition d'interférence est alors

$$u \text{ ou } v < \frac{1}{2}. \quad (5)$$

Dans le cas où $u = v$ ($C_1 = C_2$) les conditions (4) et (5) coïncident. De plus en les comparant à (3) on voit que l'espacement limite à partir duquel il y a interférence est, pour une semelle lisse, la moitié de l'espacement limite pour une semelle rugueuse.

FACTEUR DE MAJORATION F DU TERME DE COHESION

Le schéma d'écoulement dans le cas d'interférence et le procédé de calcul de F par la méthode des lignes caractéristiques sont exposés en détail par Mandel (1963). Les résultats pour $\phi = 0$ et 30° sont complétés ici par les valeurs de F pour $\phi = 15^\circ$ et 45° .

Pour une semelle lisse, F ne dépend que de $u + v$. Ses valeurs pour $\phi = 0, 15, 30$ et 45° sont données par les

courbes de la fig. 4. Pour une semelle rugueuse, le plan u, v est composé de 4 régions. La région $u \geq 1, v \geq 1$ est la région de non-interférence ($F = 1$). Elle est bordée par 2 régions où F ne dépend que de l'une des 2 variables u et v . Dans la quatrième région, F est fonction des 2 variables. Les courbes $F(u, v) = C^{\text{te}}$ étant évidemment symétriques par rapport à la droite $v = u$, il suffit d'en tracer la partie $v > u$ ou la partie $u > v$. Ceci a permis de réunir sur la fig. 5 les courbes relatives à $\phi = 0^\circ$ et $\phi = 15^\circ$, et sur la fig. 6 les courbes relatives à $\phi = 30^\circ$ et $\phi = 45^\circ$.

Sur les mêmes figures on a reporté, entre parenthèses, les valeurs absolues du rapport;

$$\rho = X/(cB + Y \tan \phi) \quad (6)$$

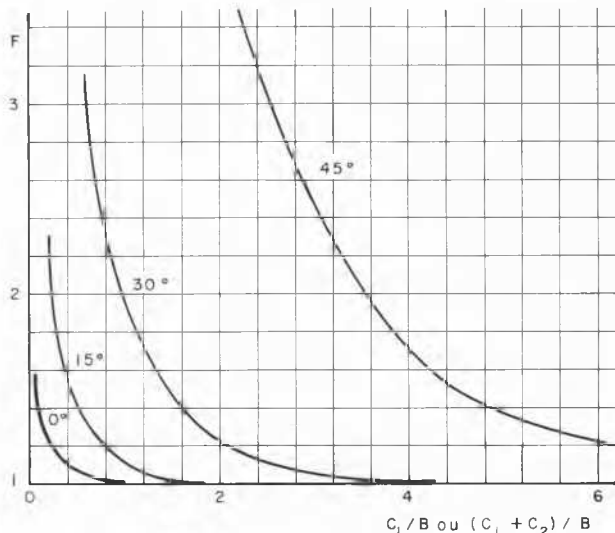


FIG. 4. Facteur de majoration F pour 4 valeurs de l'angle ϕ . En abscisses: $C_1 + C_2/B$ pour une fondation lisse, C_1/B pour une fondation rugueuse, lorsque $C_2 = C_1$.

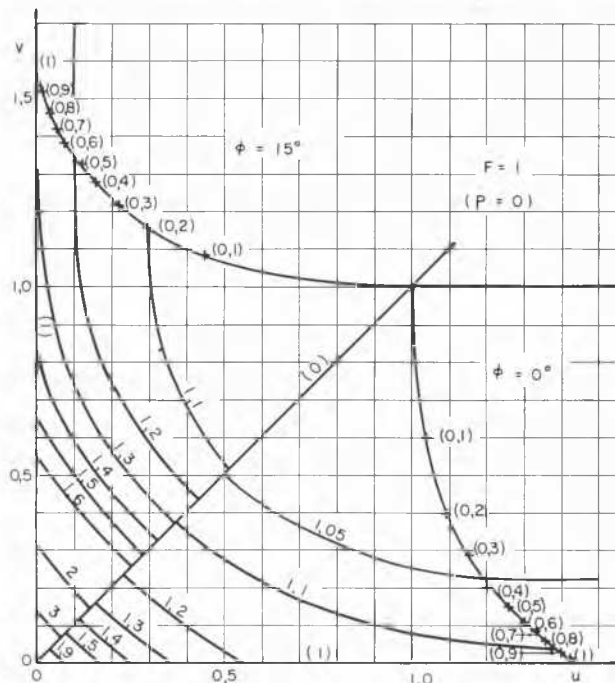


FIG. 5. Facteur de majoration F et coefficient de force tangentielle ρ (entre parenthèses) pour $\phi = 0^\circ$ et 15° .

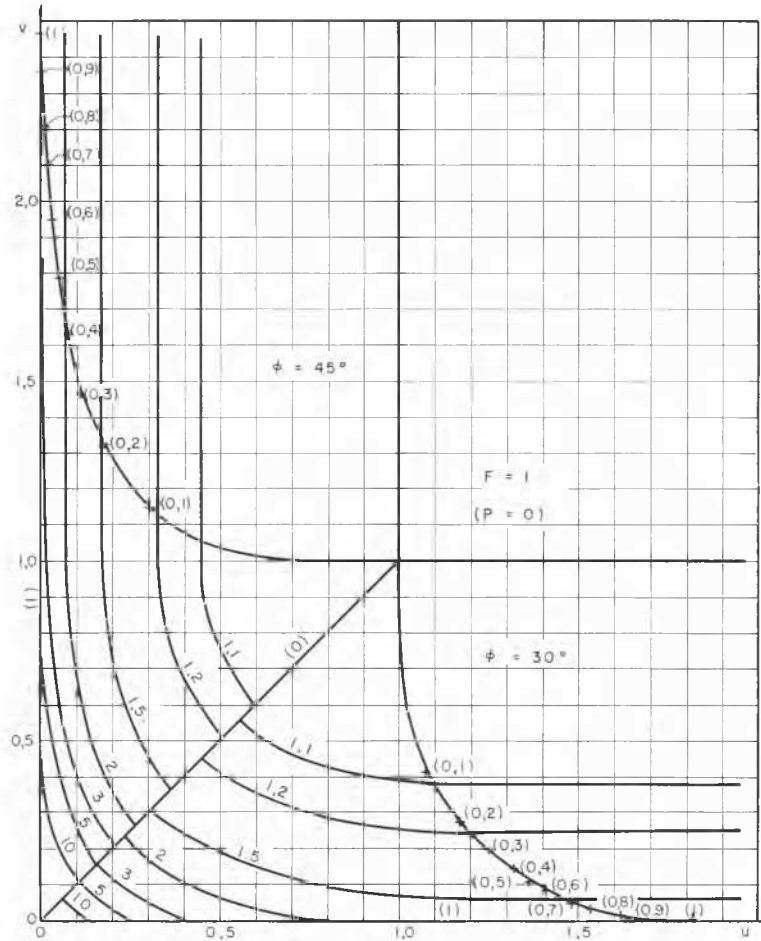


FIG. 6. Facteur de majoration F et coefficient de force tangentielle ρ (entre parenthèses) pour $\phi = 30^\circ$ et 45° .

X désignant la force horizontale qui s'exerce sur la semelle et tend à la chasser vers la plus grande des deux surfaces libres C_1 et C_2 , Y la force verticale (charge limite). Ce rapport, compris entre -1 et $+1$ (Mandel, 1963), est égal à 0 pour $u = v$, à -1 pour $v = 0$, à $+1$ pour $u = 0$.

DISCUSSION DES RÉSULTATS POUR F

On a reporté sur la fig. 7 les résultats relatifs à une semelle rugueuse placée à l'extrémité d'une rangée ($C_2 = \infty$). On voit que, pour une semelle d'extrémité, F , égal à 1 pour une semelle lisse, reste modéré pour une semelle rugueuse sauf pour les grandes valeurs de ϕ . Par contre, pour une semelle intermédiaire, F peut être très élevé, surtout pour les semelles rugueuses et les grandes valeurs de ϕ , puisqu'il tend vers l'infini quand C_1/B et C_2/B tendent vers zéro. Lorsque $C_1 = C_2$ le facteur de majoration est très sensiblement le même pour une semelle rugueuse que pour une semelle lisse mais un espacement deux fois plus petit que pour la semelle rugueuse (les courbes relatives à ces deux cas ont été confondues sur la fig. 4). En réalité les valeurs supérieures à un maximum défini ci-après ne peuvent pas être atteintes parce que d'autres modes d'écoulement que celui que nous avons considéré sont à envisager. Deux ou plusieurs semelles voisines peuvent en effet agir comme une seule, les intervalles entre elles restant en équilibre surabondant. Les figs. 5 et 6 permettent de calculer la force portante pour les divers modes d'écoulement.

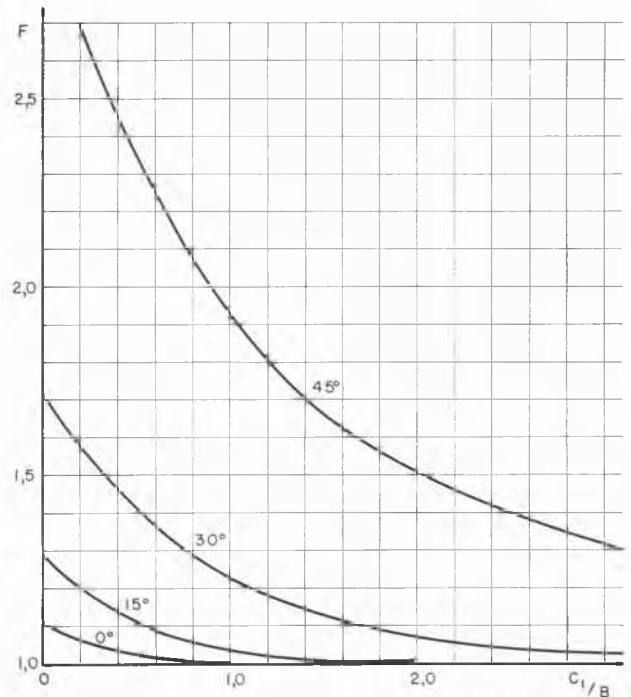


FIG. 7. Facteur de majoration F pour une semelle d'extrémité rugueuse.

Dans le cas de n semelles rugueuses de même base B , de même espacement $C = Bx$, la force portante totale est:

$$c N_c B [(n - 2) F(x, x) + 2F(x, \infty)]$$

dans le cas du poinçonnement séparé, et:

$$c N_c [nB + (n - 1) C]$$

dans le cas du poinçonnement d'ensemble de toutes les semelles. On a à comparer: $(1 - 2/n) F(x, x) + 2/n F(x, \infty)$ et $1 + (1 - 1/n) x$ soit, pour $n = 2$ les courbes de la fig. 7 avec la droite $F = 1 + x/2$, pour $n = \infty$ les courbes de la fig. 4 avec la droite $F = 1 + x$. Le tableau I

TABLEAU I

	$\phi = 0^\circ$	$\phi = 15^\circ$	$\phi = 30^\circ$	$\phi = 45^\circ$
$n = 2$				
$F \text{ max.}$	1,07	1,15	1,32	1,69
$x = C/B$	0,18	0,34	0,86	1,4
$n = \infty$				
$F \text{ max.}$	1,22	1,5	2	3,3
$x = C/B$	0,2	0,5	1	2,3

donne les résultats pour le maximum de F et l'espacement correspondant. On voit que pour les grandes valeurs de ϕ , le facteur de majoration peut être important sans que l'espacement relatif soit très petit.

CALCUL DU FACTEUR DE MAJORATION G

On s'est limité au cas où $C_1 = C_2$.

Dans le cas d'une semelle lisse, le schéma d'écoulement est celui de la fig. 8. I est le milieu de la semelle. Dans la région $A\Omega D$ limitée par la ligne de glissement AD , les

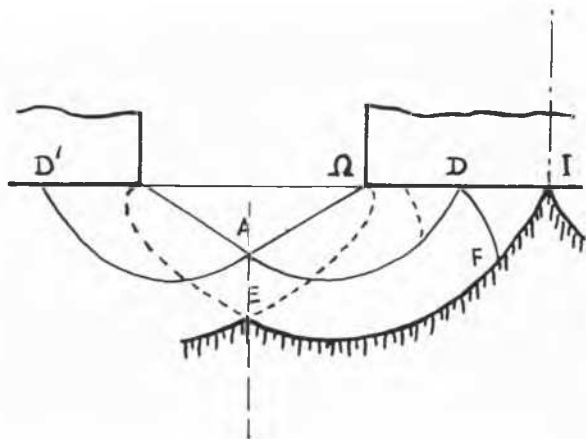


FIG. 8. Schéma d'écoulement pour une semelle lisse non isolée.

composantes des contraintes sont de la forme $r g(\omega)$, ω , r désignant les coordonnées polaires de pôle Ω . n désignant l'abscisse du centre du cercle de Mohr, θ l'angle de la pression majeure avec la verticale, en posant:

$$n = \gamma r s(\omega), \theta - \omega = \psi(\omega)$$

on obtient pour les fonctions $s(\omega)$, $\psi(\omega)$ un système (S) de deux équations différentielles du premier ordre, donné dans Sokolovsky (1960). Le résultat de l'intégration pour $\phi = 30^\circ$, compte tenu de la condition $\theta = 0$ sur la paroi, est aussi donné dans Sokolovsky (1960).

A partir des caractéristiques symétriques AD et AD' on

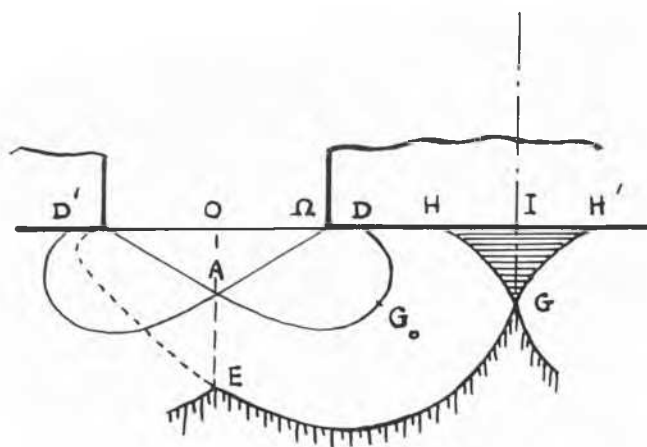


FIG. 9. Schéma d'écoulement pour une semelle rugueuse non isolée.

détermine alors le réseau des caractéristiques et les contraintes dans la région $AEDF$, puis à partir de DF et de la condition $\theta = 0$ sur DI , dans la région DFI . Pour $\phi = 30^\circ$ la valeur de N_γ (semelle lisse) est 3,8 et le facteur de majoration G est donné par la Fig. 10.

Dans le cas d'une semelle rugueuse le schéma d'écoulement est celui de la fig. 9. Dans la région $A\Omega D$ les contraintes obéissent aux équations (S), mais le long de la paroi ΩD la condition imposée est cette fois-ci: $\theta = \pi/4 + \phi/2$. Le rayon ΩA correspondant à un point singulier, par où passent une infinité de courbes intégrales des équations (S), on doit, pour déterminer la ligne AD et les valeurs de s , ψ le long de cette ligne, partir du rayon ΩD avec une valeur d'essai de s et opérer par approximations successives de manière à obtenir $\psi = (\pi/4 - \phi/2)$ sur le rayon ΩA .

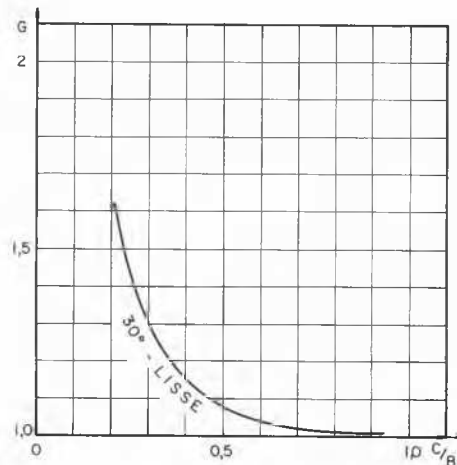


FIG. 10. Facteur de majoration G lorsque $C_2 = C_1$.

A partir des caractéristiques AD et AD' on procède ensuite comme ci-dessus (la condition sur DI devenant $\theta = \pi/4 + \phi/2$). Le coin HGH' accompagne la fondation dans son mouvement. Le point G est, sur une ligne de glissement, celui où la tangente fait l'angle $\mu = \pi/4 - \phi/2$ avec la verticale. En intégrant les composantes verticales des contraintes le long de l'arc EG et en retranchant le poids du massif $OEGI$ on obtient la moitié de la force portante de

la semelle. L'intégration le long de l'arc AG_0 donne la valeur du coefficient N_γ relatif au cas où il n'y a pas interférence. Les valeurs du facteur G en fonction de C/B et celles de N_γ sont reportées sur la fig. 10 (pour $\phi = 0^\circ$, N_γ et $N'_\gamma = GN_\gamma$ sont nuls; Mandel, 1963).

CONCLUSIONS

Cette étude précise les conditions d'interférence entre semelles voisines. Elle montre que, pour les espacements courants, les facteurs de majoration des trois termes de la formule de Terzaghi sont sans intérêt pour les faibles valeurs de ϕ , mais très appréciables pour les valeurs élevées de ϕ . Un résultat secondaire est la valeur de la force tangentielle s'exerçant sur une semelle d'extrémité, force dont on doit

tenir compte pour le calcul des piliers d'extrémités peu enterrés.

RÉFÉRENCES

- HILL, R. (1950). *The mathematical theory of plasticity*, p. 254. Oxford, Clarendon Press.
- LUNDGREN, H., et K. MORTENSEN (1953). Determination of the bearing capacity of continuous footings on sand. *Comptes Rendus 3ème Congrès International de Mécanique des Sols et des Travaux de Fondation*, tome 1, p. 409.
- MANDEL, J. (1963). Interférence plastique de fondations superficielles. *Proc. International Conference on Soil Mechanics* (Budapest), p. 267. Akadémiai Kiadó.
- SOKOLOVSKY, V. V. (1960). *Statics of soil media*, pp. 138 et 155. London, Butterworths.