

INTERNATIONAL SOCIETY FOR SOIL MECHANICS AND GEOTECHNICAL ENGINEERING



This paper was downloaded from the Online Library of the International Society for Soil Mechanics and Geotechnical Engineering (ISSMGE). The library is available here:

<https://www.issmge.org/publications/online-library>

This is an open-access database that archives thousands of papers published under the Auspices of the ISSMGE and maintained by the Innovation and Development Committee of ISSMGE.

Equilibre limite d'écrans verticaux soumis à une translation ou une rotation

Limiting Equilibrium of Vertical Barriers Subjected to Translation and Rotation Forces

J. BIAREZ, *Faculté des Sciences et Institut Polytechnique de Grenoble, Grenoble, France*

L.-M. BOUCRAUT, *Assistant à la Faculté des Sciences, Grenoble, France*

R. NÈGRE, *Maître-Assistant à la Faculté des Sciences, Grenoble, France*

SOMMAIRE

Les auteurs présentent des résultats expérimentaux et des méthodes de calcul pour l'équilibre limite des écrans verticaux soumis à des translations ou des rotations (palplanches, murs, ancrages). La partie supérieure des écrans en translation se trouve à la surface du sol ou en profondeur. Les écrans subissent une rotation, soit par l'application d'une force extérieure, soit par différence de niveau du sol de chaque côté. Les écrans sont supposés subir de petites déformations par rapport à celles du sol, lors de la rupture. On observe, sur le modèle, la déformation du sol, et l'on mesure les forces appliquées à l'écran et les composantes normales et tangentielles des contraintes. Les calculs tiennent compte, en particulier, des trois équations d'équilibre, ce qui donne des limites pour le choix de l'inclinaison des contraintes sur l'écran.

SUMMARY

The authors present some experimental results and calculation methods relating to the limiting equilibrium of vertical barriers exposed to translation or rotation movements (sheet piles, retaining walls, anchor piles). The upper part of the barriers under translation movements can be at the surface or at some depth. The barriers are submitted to rotation either by means of a force applied externally or by the difference of soil level between the two sides. It is assumed that the barriers undergo slight deformations relative to those of the soil when rupture occurs. Soil deformation was observed on the model and the forces applied to the barriers were measured together with the normal and tangential components of the stresses. In particular, the calculations take into account the three equilibrium equations and this simplifies the choice of the possible inclinations of the stresses applied to the barriers.

NOTATIONS

- D , hauteur de sol au-dessus du plan horizontal passant par le bord supérieur de la plaque.
 h , hauteur de la plaque.
 L , largeur de la plaque.
 $\lambda = D/h$, coefficient de profondeur.
 $H = D + h$.
 d , déplacement de la plaque.
 δ représente le frottement sol-écran. On verra, dans le cours de l'exposé, que l'on devra choisir deux δ différents de part et d'autre de l'écran (δ_1 et δ_2).
 F , T , composantes horizontale et verticale de la force.
 P , poids de l'écran.
 R , force verticale appliquée à l'écran à sa base par le sol (éventuellement par le sommet).
 q , poids du sol sur la plaque.
 l , épaisseur du milieu à deux dimensions envisagé.
 $\phi = 26^\circ$, angle de frottement du milieu pulvérulent.
 $\gamma = 2.3$ grammes/cm.cu., poids spécifique sec du milieu.

TRANSLATION D'ECRAN

Aspect cinématique (deux dimensions)

SOIT UN ÉCRAN, de hauteur h , soumis à une force horizontale et astreint à rester vertical. Nous montrons, sur la fig. 1, les différents types de déformation du sol selon l'enfoncement relatif $\lambda = D/h$ de l'écran dans le sol. A faible profondeur, nous observons des zones en mouvement qui sont voisines de celles obtenues par le calcul de plasticité parfaite des dièdres latéraux eca et e'c'a' (Biarez, 1961). Si la profondeur croît, il se crée un mouvement circulaire du sol allant de l'avant de l'écran vers l'arrière (Boucraut, 1964).

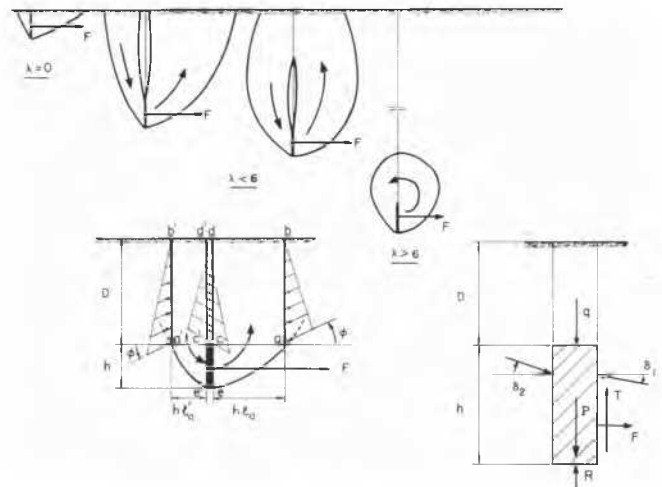


FIG. 1. Différents types de déformation du sol, selon l'enfoncement relatif $\lambda = D/h$.

Aspect statique (deux dimensions)

Écran en surface ($\lambda = 0$)

Les composantes normales et tangentielles des contraintes ont été mesurées avec des rubans de frottement (dynamomètre à friction) analogues à ceux utilisés, vers 1930, à Iowa Institute; pour mesurer les composantes normales (Lazard, 1934). L'expérience montre des contraintes d'inclinaison sensiblement constantes de chaque côté de l'écran, désignées respectivement par δ_1 (butée) et δ_2 (poussée).

maximale de δ_1 est 3° (tableau I). En prenant la valeur maximale de δ_2 , on obtient des résultats assez satisfaisants avec l'expérience, qui peuvent être utilisés pour $\lambda < 1$.

TABLEAU I. VALEURS DE δ_1 POUR UN δ_2 IMPOSÉ (VOIR FIG. 1)

δ_2	ϕ	$Q_s^* = 0$	$Q_s^* = 0,15$	$Q_s^* = 0,30$
0°	20°	0°	7° 15'	12° 54'
20°	20°	3° 48'	10° 15'	15° 25'
0	30	0	4° 50'	8° 56'
10	30	1° 00'	5° 36'	9° 36'
20	30	1° 50'	6° 24'	10° 12'
30	30	2° 36'	7° 04'	10° 48'
0	40	0	3° 18'	5° 56'
40	40	1° 36'	4° 40'	7° 06'

$$*Q_s = (P - R)/\gamma h^2 l.$$

Le déplacement d de l'écran, pour obtenir l'équilibre limite, dépend du mode de mise en place du sol et de l'histoire des déformations irréversibles. Pour nos expériences, la valeur de d/h était de l'ordre de quelques pour cent.

Ecran en profondeur ($D/h = \lambda \neq 0$)

L'aspect cinématique change progressivement avec la profondeur relative; nous proposerons deux solutions pour λ supérieur ou inférieur à 6, limite à partir de laquelle le mouvement du sol n'atteint plus la surface libre.

$\lambda < 6$ (fig. 1). Pour $\lambda < 3$, il existe une coïncidence satisfaisante en utilisant la formule 2 qui suppose poussée et butée depuis la surface du sol jusqu'au pied de l'écran (en remplaçant h par H dans cette formule). Le dièdre devant l'écran fait remonter le volume, de sol c a b d , qui exerce donc sur c a une force égale à son poids, plus le frottement sur les faces a b et c d que l'on suppose en butée ($\delta = \phi$ d'où \bar{b}) (Biarez, 1961), de même, à l'arrière du dièdre, la force sur c' a' est égale au poids du volume a' c' b' d' moins le frottement (en poussée \bar{p}) sur a' b' et c' d' . L'effort sur l'écran est calculé en écrivant l'équilibre des dièdres latéraux soumis aux surcharges précédentes, d'où la formule suivante:

$$\frac{F}{\gamma h^2 l} = \frac{b - \bar{p}}{2} \cos \delta + (b' - \bar{p}') \cdot \lambda \cdot \cos \delta + \left(\frac{b' \bar{b}}{l_a} + \frac{\bar{p}' \bar{p}}{l'_a} \right) \sin \phi \cos \delta \lambda^2 \quad (3)$$

où b' et \bar{p}' sont les coefficients de butée et poussée des dièdres non pesants (fig. 2) (Biarez, 1961).

$$\bar{b} = \bar{p} = \cos \phi,$$

$$l_a = ac/h = \tan(\pi/4 + \phi/2) \text{ si } \delta = 0,$$

$$l'_a = a'c'/h \neq \tan(\pi/4 - \phi/2) \text{ quel que soit } \delta.$$

L'accord est assez bon avec l'expérience, qu'il s'agisse de l'effort total mesuré F (fig. 3) ou de la répartition des contraintes. Celles-ci sont beaucoup plus fortes que le résultat du calcul supposant le dièdre en butée depuis la surface du sol.

$\lambda > 6$ (fig. 4). En l'absence de calcul plus précis, nous avons cherché le couple nécessaire à la rotation d'un cylindre de centre O , à la profondeur $D_0 = \eta H$ et de rayon R . Nos expériences ont prouvé qu'une hypothèse satisfaisante consistait à admettre que la moyenne des composantes normales des contraintes sur le cercle était égale à γD_0 , ou plus précisément $K \gamma D_0$, où K , très voisin de 1 dépend

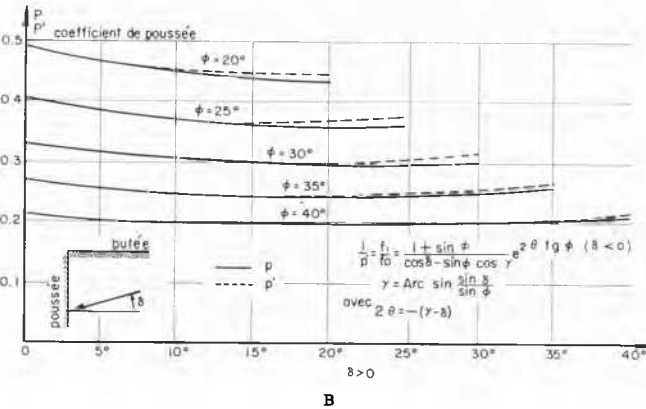
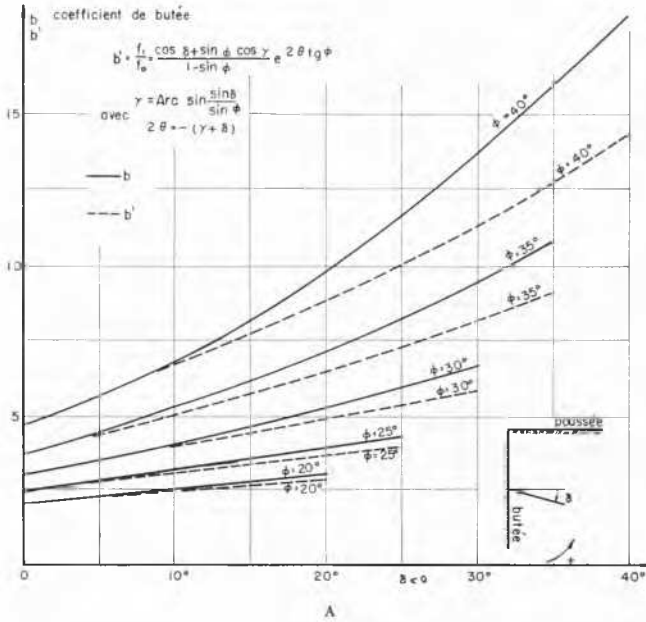


FIG. 2. A, variation du coefficient de butée en fonction de δ et de ϕ ; b est coefficient de butée en milieu pesant calculé par Stutz, Hajal, Wack, aux Laboratoires de Grenoble; b' est coefficient de butée en milieu non pesant donné par la formule indiquée sur la figure. B, variation du coefficient de poussée en fonction de δ et de ϕ ; p est coefficient de poussée en milieu pesant donné par Caquot; p' est coefficient de poussée en milieu non pesant donné par la formule indiquée sur la figure.

Si l'on écrit la plasticité parfaite des dièdres latéraux, l'un en butée (b), l'autre en poussée (p) (figs. 2a et 2b) l'équation de moment des forces appliquées à l'écran est vérifiée si la force est appliquée au tiers de la hauteur de l'écran mince.

Les équations de projection, sur les directions verticales et horizontales, s'écrivent:

$$b \sin \delta_1 = p \sin \delta_2 + 2[(P - R)/\gamma h^2 l], \quad (1)$$

$$F/\gamma h^2 l = \frac{1}{2}(b \cos \delta_1 - p \cos \delta_2). \quad (2)$$

P et R représentent les efforts verticaux appliqués à l'écran (poids et force extérieure sous la base).

La première équation donne les limites de variation de δ_1 et δ_2 . Si P et R sont négligeables, δ_1 sera toujours petit car b est grand par rapport à p . Pour obtenir la butée maximale d'un écran rugueux, il faut l'empêcher de se déplacer verticalement. Pour $P - R = 0$ et $\delta_2 = \phi = 30^\circ$, la valeur

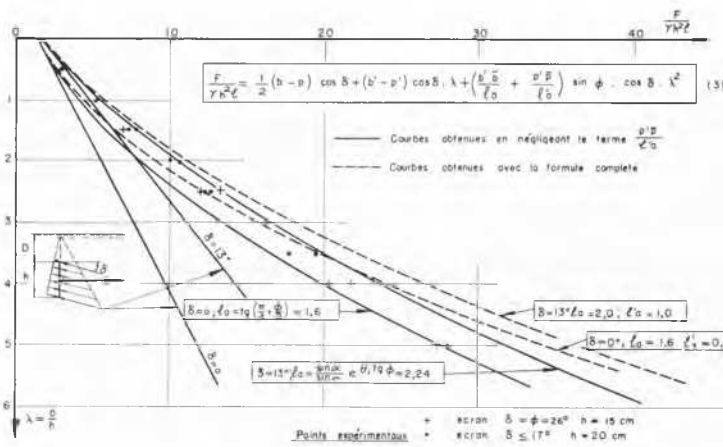


FIG. 3. Comparaison entre les résultats expérimentaux et ceux obtenus par application de la formule 3.

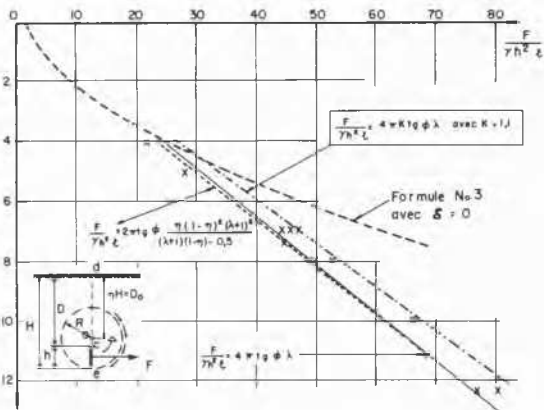


FIG. 4. Comparaison entre les résultats expérimentaux et ceux obtenus par application de la formule 5.

du rapport de la densité sur la densité critique. Le couple est alors $C = 2 \pi R \gamma D_0 \tan \phi$ (Biarez, 1961, Biarez et Capelle, 1961, et Capelle, 1960), d'où la force F :

$$\frac{F}{\gamma h^2 l} = \frac{(\lambda + 1)^3 \eta (1 - \eta)^2}{(\lambda + 1)(1 - \eta) - 0,5} 2\pi K \tan \phi. \quad (4)$$

Pour obtenir le rayon du cercle, on écrit que la force F est minimale (Boucrat, 1963, 1964). En pratique, il suffit d'admettre $R = h$ pour avoir un résultat satisfaisant avec l'expérience (fig. 4).

$$F/\gamma h^2 l = 4\pi \lambda \tan \phi$$

ou
$$F/\gamma h D l = 4\pi \tan \phi. \quad (5)$$

On a vérifié qu'en général cette méthode satisfait aux autres équations d'équilibre.

Aspect statique—milieu à trois dimensions—faible profondeur relative D/h

Soit une plaque rectangulaire de largeur L dans un milieu à trois dimensions. L'expérience montre que le sol est refoulé devant la plaque, sur une largeur supérieure à L . Nous supposons qu'au volume en mouvement dans un problème à deux dimensions, nous ajoutons les volumes engendrés par une rotation d'angle ϕ des surfaces a b d c et

a' b' d' c'. En utilisant un calcul analogue au précédent, on obtient:

$$\begin{aligned} \frac{F^{(3)}}{\gamma h^2 L} &= \frac{F^{(2)}}{\gamma h^2 L} + \frac{\phi}{3} \cdot \frac{h}{L} [b \cot \theta - p \cot \theta'] \cos \delta \\ &+ \phi \cdot \frac{h}{L} [b' \cot \theta - p' \cot \theta'] \cos \delta \cdot \lambda \\ &+ [b'\bar{b} + p'\bar{p}] \sin \phi \cos \delta [1 + \phi] \frac{h}{L} \cdot \lambda^2 \quad (7) \end{aligned}$$

où θ et θ' sont peu différents de $(\pi/4 \pm \phi/2)$, les coefficients de butée étaient analogues aux précédents.

On obtient ainsi un résultat peu éloigné des expériences faites par Hueckel (1961) par exemple (fig. 5).

ROTATION D'ÉCRAN SANS APPUI FIXE

Soit un écran vertical sans appui fixe, soumis à une force horizontale F . Le sol était éventuellement de niveau différent de chaque côté de l'écran.

Nous avons précédemment indiqué l'aspect statique et cinématique de ce problème (Biarez, 1958, 1961; Capelle, 1960; Biarez et Capelle, 1961a, 1961b; Wiendieck, 1962; Brinch Hansen, 1953). Nous voudrions donner ici la répartition des contraintes mesurées au long de l'écran et des formules approchées correspondantes.

Nous rappellerons qu'il existe une coïncidence relativement bonne, dans certains cas, entre l'expérience et le calcul, si l'on suppose "poussée et butée" sur les faces avant et arrière, avec permutation sous le centre de rotation 0. On obtient un résultat voisin si l'on suppose poussée et butée au-dessus de 0, mais une discontinuité du type Prandtl en 0 (Nègre, 1964). Ces méthodes ne semblent pas pouvoir être retenues car elles supposent une discontinuité de contraintes en 0 qui est totalement inexistante dans l'expérience (fig. 6a), ce qui confirme que la zone circulaire inférieure n'est pas en plasticité parfaite. Nous avons donc proposé une méthode supposant la poussée et la butée dans les zones supérieures au cercle précédent, et nous avons calculé la partie inférieure en supposant la rotation d'un cercle avec la formule 4, en écrivant que le moment de rotation M , pour l'ensemble de l'écran, était minimal. Nous avons indiqué ailleurs le résultat de ces calculs (Biarez, 1961; Wiendieck, 1962) qui satisfont les trois équations d'équilibre pour l'écran. Nous ne donnons ici qu'une formule très sim-

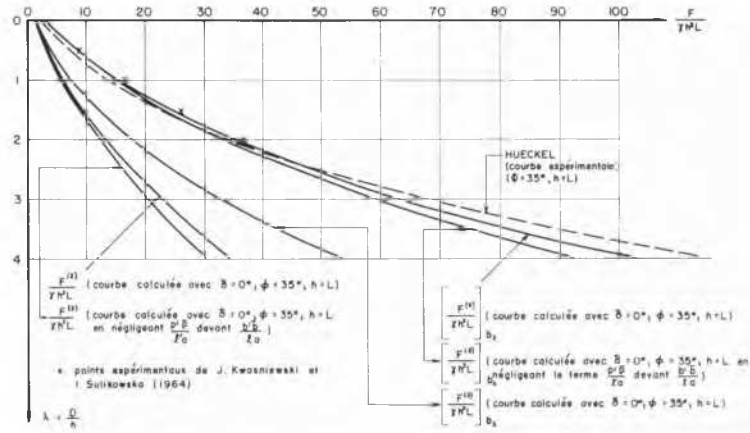


FIG. 5. Extension des formules au cas des plaques. Comparaison des résultats avec Hueckel dans le cas des plaques carrées placées verticalement dans un sol caractérisé par $\phi = 35^\circ$.

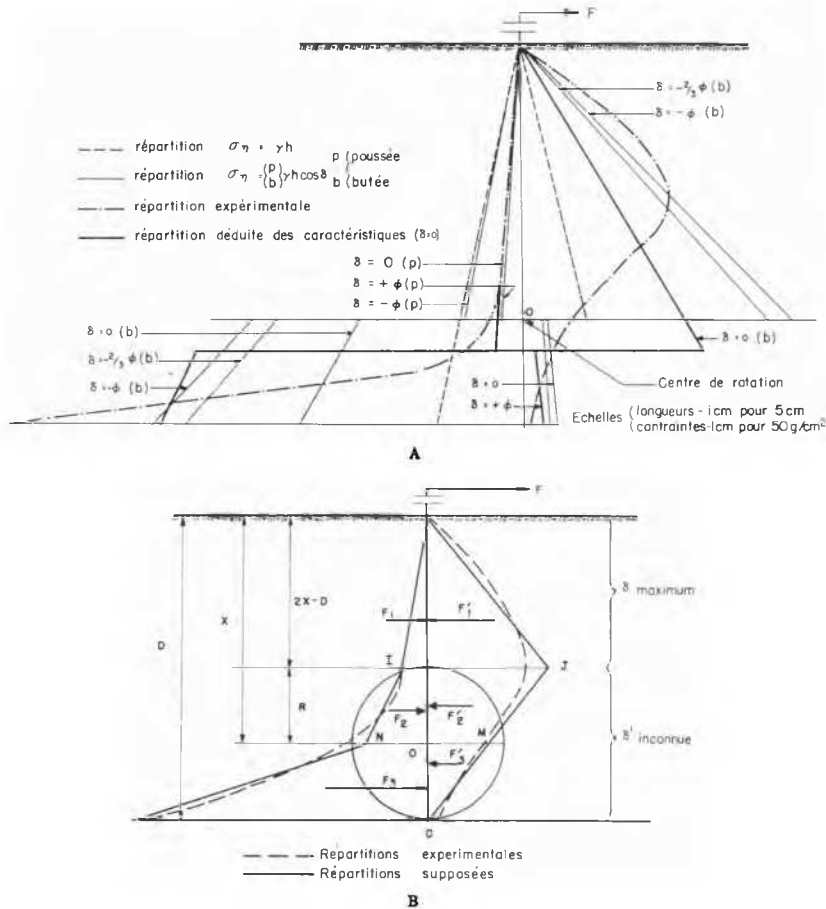


FIG. 6. A, Répartition des composantes normales des contraintes, comparaison entre l'expérience et divers calculs. B, Hypothèses sur les répartitions des contraintes.

plifiée pour des fondations de poids faible et de largeur B .

$$M/\gamma D^3 = 0,3 \tan \phi + 0,05 (b - p) \cos \delta + 0,7 \tan \phi (B/D)^2$$

Le centre de rotation est environ aux trois-quarts de la hauteur de l'écran (Biarez, 1961).

La mesure des composantes normales et tangentielles des

contraintes montre que la butée correspondant à l'angle de frottement maximal est observé à la partie supérieure de l'écran, sur une hauteur comprise entre le tiers et la moitié ($\delta = -\phi$ sur écran rugueux). En dessous, l'inclinaison décroît pour tendre vers zéro; de même pour les contraintes qui, à la base, sont inférieures à la contrainte minimale de poussée, pour un dièdre en plasticité parfaite limité par l'écran et la surface du sol.

Sur l'autre face, on observe, en haut, la poussée minimale ($\delta = + \phi$ sur écran rugueux) jusqu'au centre de rotation, puis l'inclinaison décroît vers une valeur voisine de zéro; par contre, les contraintes croissent fortement et semblent dépasser la contrainte maximale de butée.

Pour le calcul, nous avons simplifié cette répartition, comme l'indique la fig. 6b, où O représente le centre de pression nulle, de cote X . Les répartitions de contraintes sont choisies de la manière suivante:

F_1 poussée $\delta = + \phi$ longueur d'application $2X - D$

F_1' butée $\delta = - \phi$ longueur d'application $2X - D$

F_2' et F_3' : répartition linéaire JC; δ' inclinaison inconnue.

F_2 défini par IN avec $ON = OM$; δ' inclinaison inconnue.

F_3 défini par l'équilibre limite du cercle de rayon r ; δ' inclinaison inconnue.

En écrivant les trois équations d'équilibre, on peut définir P , δ' , X . Les résultats seront présentés sous forme d'abaques.

ROTATION D'UN ÉCRAN AVEC POINT D'APPUI

Soit un écran avec point d'appui. On observe, au pied de l'écran, une mise en butée du sol avec la valeur maximale du frottement entre sol et écran. Sur l'autre face, les résultats dépendent fortement du déplacement du point d'appui. S'il est fixe, on observe la butée au-dessus du point d'appui avec $\delta \neq 0$; puis, les contraintes diminuent très nettement mais restent supérieures à la poussée, sauf à la partie basse.

Si le point d'appui se déplace suffisamment pour que l'écran se déplace en translation, il ne reste évidemment que la poussée derrière l'écran. Ceci conduit donc à de fortes variations de l'effort sur le point d'appui (cercle-tirant). Par contre, la fiche varie moins. Des abaques sont en cours de réalisation.

RÉFÉRENCES

BIAREZ, J. (1958). Remarques sur la cinématique des massifs

enterrés. *Rapports de la Conférence de Bruxelles sur les Problèmes de Pression des Terres.*

- (1961). Contribution à l'étude des propriétés mécaniques des sols et des matériaux pulvérulents. Thèse de Doctorat ès-Sciences, Grenoble.
- BIAREZ, J., et J. F. CAPELLE (1961a). Rotation d'un écran vertical mince et d'un cylindre dans un milieu pulvérulent limité par une horizontale. *C.R.A.S.*, t. 253, pp. 795-97.
- (1961b). Contribution à l'étude de la rotation des fondations. *Comptes-rendus du Cinquième Congrès International de Mécanique des Sols et des Travaux de Fondations*, t. 2, pp. 367-72.
- BOUCAUT, L. M. (1963). Mesures des composantes normales de contraintes le long d'un modèle de palplanches rigides. Thèse de Doctorat de Spécialité (3^e cycle), Grenoble.
- (1964). Equilibre limite d'un milieu pulvérulent à deux dimensions sollicité par un écran rigide. Thèse de Docteur-Ingénieur, Grenoble.
- CAPELLE, J. F. (1960). Contribution à l'étude des massifs en rotation. Thèse de Doctorat de Spécialité (3^e cycle), Grenoble.
- CAQUOT, A., et J. KÉRISEL (1948). *Tables de poussée-butée.* Paris, Editions Gauthier-Villars.
- HAJAL, M. (1961). Etude générale de la butée d'un écran plan contre un massif cohérent par la théorie des caractéristiques. Thèse de Doctorat de Spécialité (3^e cycle), Grenoble.
- HANSEN, J. BRINCH (1953). Earth pressure calculation.
- HUECKEL, S. (1961). Passiver Erddruck bei Verankerungseinrichtungen Int. Baugrundkursus.
- KWAŚNIEWSKI, J., and I. SULIKOWSKA (1964). Seminar on Soil Mechanics and Foundation Engineering (Lodz, Poland).
- LAZARD (1934). Méthode des rubans de frottement du Collège d'Ames (U.S.A. 1920-30).
- NÈGRE, R. (1964). Eléments d'un calcul à la rupture d'un rideau vertical de palplanches. *Archiwum Hydrotechniki*, t. 9.
- WIENDIECK, K. (1962). Zur standsicherheit Unverankerter spundwände. *Die Bautechnik.*