

INTERNATIONAL SOCIETY FOR SOIL MECHANICS AND GEOTECHNICAL ENGINEERING



This paper was downloaded from the Online Library of the International Society for Soil Mechanics and Geotechnical Engineering (ISSMGE). The library is available here:

<https://www.issmge.org/publications/online-library>

This is an open-access database that archives thousands of papers published under the Auspices of the ISSMGE and maintained by the Innovation and Development Committee of ISSMGE.

Contribution à la discussion sur les coefficients de sécurité des barrages en terre

Contribution to the Discussion of the Safety Factors of Earth Dams

P. LONDE, *Ingénieur, Coyne et Bellier, Bureau d'Ingénieurs Conseils, Paris, France*

J. STERENBERG, *Ingénieur, Coyne et Bellier, Bureau d'Ingénieurs Conseils, Paris, France*

SOMMAIRE

Les coefficients de sécurité utilisés pour chiffrer la marge de sécurité d'un barrage en terre découlent de définitions arbitraires. Leurs valeurs numériques résultent de méthodes de calcul dont l'analyse critique met en évidence les imperfections. Un progrès essentiel serait fait par l'introduction des conditions d'équilibre plasto-élastique, surtout dans le cas des massifs à zones.

SUMMARY

The factors of safety used for measuring the safety margin of an earth dam are defined arbitrarily. Their numerical values result from methods of analysis in which imperfections are revealed when critically reviewed. A major improvement would be made in this respect by using plasto-elastic equilibrium conditions, particularly in the case of zoned embankments.

LA NOTION DE COEFFICIENT DE SÉCURITÉ a été vivement critiquée à de nombreuses reprises et par des ingénieurs éminents. On comprend aisément ces critiques, car s'il existe à coup sûr une *marge de sécurité* dans tout ouvrage qui ne se rompt pas il faut bien reconnaître que le nombre qu'on utilise pour la mesurer, le *coefficient de sécurité*, est entièrement arbitraire et de plus variable selon les types d'ouvrage, les méthodes de calcul et les cas de charge.

C'est pourquoi certains ont proposé de traiter la notion de sécurité d'une tout autre manière, en utilisant le calcul des probabilités pour l'estimation du risque de ruine. Malheureusement cette conception satisfaisante pour l'esprit s'avère d'une application fort difficile et aucun constructeur de barrage en terre n'en a encore fait publiquement usage. Aussi pour le moment, et pour longtemps encore peut-être, a-t-on recours à la notion de coefficient de sécurité, qui se traduit par un simple *rapport* entre deux valeurs numériques d'un même paramètre; l'une des valeurs est celle qui entraînerait la ruine de l'ouvrage, l'autre est celle qui correspond aux conditions prévisibles les plus sévères de son exploitation.

DÉFINITION ET VALEURS DU COEFFICIENT DE SÉCURITÉ

L'utilisation de la notion de coefficient de sécurité pose un double problème: (a) choix du paramètre caractéristique, c'est-à-dire définition du coefficient de sécurité F ; (b) choix de la valeur limite admissible de F . Il convient de souligner ici que le premier choix est arbitraire, et que le second découle, le premier étant fait, de l'expérience.

Définitions

La définition adoptée pour F varie selon les méthodes. Il en existe deux types principaux.

1. Les définitions du type F_1 utilisent le rapport de *deux sommes scalaires*; au numérateur figure la somme des efforts résistants *mobilisables*, au dénominateur la somme des efforts *appliqués*. Il y a lieu de remarquer que cette définition comporte une incompatibilité. En effet, ou bien la pente et la hauteur du remblai sont telles qu'il se trouve en état d'équilibre limite et dans ce cas la somme des efforts

résistants mobilisables est évidemment égale à la somme des efforts appliqués, et $F_1 = 1$; ou bien, et c'est le cas général, la pente et la hauteur sont insuffisantes pour créer cet état d'équilibre limite et l'expression "efforts résistants mobilisables", c'est-à-dire disponibles au moment de la rupture, perd tout son sens puisque par hypothèse l'état d'équilibre limite ne peut se produire. En d'autres termes il est impossible de calculer avec une hypothèse plastique le système des contraintes existant en des points dont on sait, par ailleurs, qu'ils ne se trouvent pas dans un état physique correspondant à cette hypothèse.

Par ailleurs l'expression "efforts appliqués" implique la connaissance du système des contraintes réelles, ce qui suppose la connaissance des relations contrainte-déformation caractérisant le massif. La valeur de cette expression ne sera donc jamais qu'approchée car, malgré son sens formel bien défini, son calcul soulève des difficultés majeures.

2. Les définitions du type F_2 utilisent un autre rapport. C'est celui dans lequel il faudrait *réduire* la valeur de paramètres choisis de la résistance au cisaillement (soit les $\tan \phi$, soit les c , soit les $\tan \phi$ et les c simultanément) pour obtenir l'*équilibre limite* le long de la surface de glissement étudiée.

Dans la plupart des méthodes (cercle ϕ , Caquot, Bishop) on impose le même facteur de réduction F_2 aux $\tan \phi$ et aux c . Cette convention appelle les commentaires suivants, appliqués pour la commodité de l'exposé au cas du talus homogène plan. Par analogie avec les conclusions de la théorie des charges limites il existe une fonction

$$f(i, H, \tan \phi, c) = 0 \quad (1)$$

définissant la relation entre les paramètres plastiques ($\tan \phi$ et c) et les paramètres géométriques (pente i et hauteur H) pour l'équilibre limite. Il y a alors plusieurs façons d'envisager la sécurité vis-à-vis du glissement. La définition de F_2 adoptée consiste à chercher, en se donnant i_0 , H_0 , $\tan \phi_0$, c_0 , le nombre F_2 solution de l'équation

$$f(i_0, H_0, \tan \phi_0/F_2, c_0/F_2) = 0. \quad (2)$$

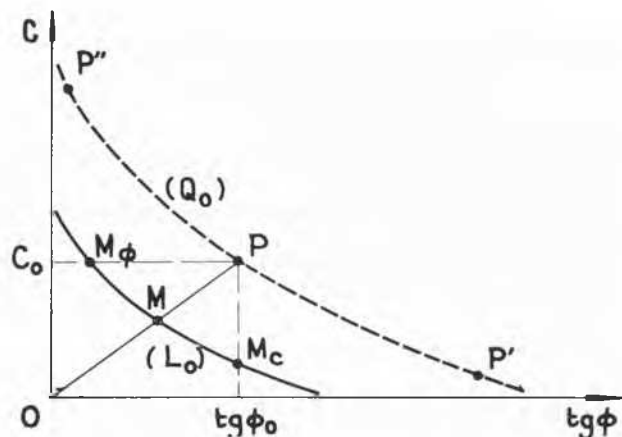


FIG. 1. Courbe $f(i, H, \tan \phi, c) = 0$.

On peut représenter dans le plan $(\tan \phi, c)$ de la fig. 1, le réseau à deux paramètres (i_0, H_0) des courbes (L_0) définies par l'équation

$$f(i_0, H_0, \tan \phi, c) = 0. \quad (3)$$

On peut aussi faire figurer dans ce plan le point P de coordonnées $\tan \phi_0$ et c_0 . Soit M le point d'intersection de la droite OP avec la courbe (L_0) . Ce point M a, par construction de (L_0) , des coordonnées $\tan \phi$ et c qui assurent l'équilibre limite.

Le coefficient de sécurité F_2 n'est autre que le rapport OP/OM . On voit que sa définition implique une égale sécurité pour tous les talus dont les paramètres plastiques seront représentés par des points P situés sur la courbe (Q_0) , homothétique de (L_0) par rapport à l'origine des coordonnées. Cette propriété conduit à des conclusions discutables. En effet, des points tels que P' ou P'' offrent-ils les mêmes garanties réelles de sécurité que P? Sinon dans quel sens ont-elles varié par le fait même que $\tan \phi$ et c , qui n'ont pas le même "poids" vis-à-vis de la rupture, ont eux-mêmes varié? La généralisation au cas où l'on a plusieurs zones, c'est-à-dire plusieurs coupes $(\tan \phi, c)$, accentue largement ces doutes.

A cet égard l'introduction par Taylor, dans ses premiers travaux, d'un coefficient de sécurité relatif à $\tan \phi$ et d'un autre relatif à c , semble plus satisfaisant. La considération de la courbe (L_0) permet d'ailleurs de se faire une idée rapide de ces coefficients pour un point P donné. Le premier sera $F_{2\phi} = Pc_0/M_\phi c_0$ et le second $F_{2c} = P\phi_0/M_c \phi_0$. Comme de plus les valeurs $\tan \phi_0$ et c_0 obtenues au laboratoire sont dispersées on pourra évaluer l'effet de cette dispersion par l'examen du nuage de points P par rapport à la courbe (L_0) . Ce faisant on obtient une meilleure interprétation physique de la marge de sécurité mais on perd les avantages pratiques d'un coefficient unique pour la chiffrer.

Valeurs numériques

Pour se couvrir contre les erreurs inévitables dues aux imperfections du calcul, aux inexactitudes de mesure, aux approximations de toutes natures, on n'accepte pour F que des valeurs sensiblement supérieures à l'unité, la limite admissible ayant été établie empiriquement et a posteriori comme traduisant un équilibre humainement acceptable entre sécurité et économie. On pourrait sans doute faire appel au calcul des probabilités pour justifier ces valeurs. En fait, pour chaque méthode, la limite admissible est tout simplement celle qu'on peut tirer du calcul des ouvrages

existants. Elle sera d'autant mieux fondée qu'un plus grand nombre d'ouvrages auront été calculés.

Dans l'un comme dans l'autre des deux types de définitions de F on ne peut échapper, pour effectuer le calcul, à la détermination de la distribution des efforts en fonction de l'abscisse curviligne de la surface de glissement étudiée. Les règles proposées à cette fin varient selon les auteurs, qui avec plus ou moins de bonheur, justifient la validité pratique des règles simples adoptées en montrant que les valeurs numériques de F sont peu affectées par des variations importantes de cette distribution. En réalité ces démonstrations ne sont pas toujours très convaincantes surtout si l'on s'écarte des cas les plus simples en général seuls étudiés. Encore une fois, la seule justification reste la confrontation des résultats du calcul avec le comportement d'un grand nombre d'ouvrages.

LES MÉTHODES DE CALCUL

L'analyse des conditions d'équilibre d'un massif de terre, y compris sa fondation, est inabordable dans l'état actuel de nos connaissances. Pour y accéder il faudrait connaître tous les paramètres rhéologiques et en particulier les relations contrainte-déformation en tout point du massif. A supposer même qu'on le puisse, l'analyse des conditions d'équilibre serait d'une extrême complexité. Les différentes méthodes de calcul actuellement employées lèvent la difficulté, pour des raisons de commodité ou d'ignorance, par l'introduction d'hypothèses simplificatrices:

1. Le problème est traité à deux dimensions.
2. La ligne de glissement potentielle est donnée a priori.
3. La distribution des contraintes le long de cette ligne est déterminée par des lois simples.
4. Le calcul est répété sur un assez grand nombre de lignes de glissement pour connaître celle qui donne le coefficient de sécurité F le plus faible.

Pour la commodité de l'exposé le cas du massif homogène sera distingué de celui du massif à zones, d'une complexité beaucoup plus grande.

Massif homogène

Bien que ce cas ne se présente qu'exceptionnellement au constructeur de barrages, il a été abondamment étudié car il offre des solutions simples.

1. La plupart des auteurs ont adopté l'hypothèse d'une rupture circulaire. C'est une approximation, car les lignes de glissement compatibles avec les équations d'équilibre des forces internes de la matière ne peuvent être des cercles. Cela tient aux conditions aux limites du problème. On sait, en effet, qu'à l'équilibre limite la ligne de glissement doit faire des angles déterminés, $(45^\circ - \phi/2)$ et $(45^\circ + \phi/2)$, ϕ si l'on utilise pour le sol la notion de courbe intrinsèque,

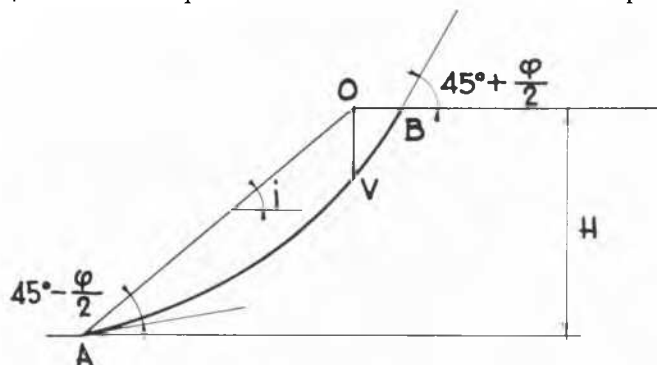


FIG. 2. Ligne de rupture d'un remblai homogène plan.

avec les parements libres du remblai (fig. 2). Ceci étant, la seule donnée H détermine parfaitement un cercle de glissement dans le cas où il passe par le pied du talus. L'équilibre d'une tranche verticale de largeur ds conduit à une équation différentielle linéaire du second ordre, liant la composante horizontale de la résultante des forces s'exerçant sur une verticale, et l'abscisse curviligne de son point sur le cercle. Les conditions aux limites aux points A et B permettent d'intégrer cette équation le long de AV et de VB. En écrivant la continuité en grandeur et direction de l'effort latéral s'exerçant sur la face OV on obtient deux relations. Pour toute courbe dont la définition ne nécessite que la connaissance de H , comme c'est le cas pour le cercle faisant les angles limites aux points A et B, on aurait deux relations liant les quatre paramètres du problème ($i, H, \tan \phi, c$). En d'autres termes, pour un massif de caractéristiques plastiques données il n'existerait qu'un profil (pente et hauteur parfaitement déterminées) qui permettrait le glissement. Cette conclusion est évidemment absurde; par conséquent il faut admettre que la rupture circulaire ne résoud pas le problème. Une ligne faite de deux arcs circulaires tangents AV et VB est, par contre, acceptable quoiqu'en toute généralité on puisse établir qu'une courbe donnée *a priori* n'a aucune raison de satisfaire aux conditions plastiques et non plastiques de l'équilibre.

2. Quant à l'hypothèse à faire sur la distribution des forces le long de la ligne de rupture elle a été abordée de deux façons distinctes. (a) Les auteurs des méthodes globales (Taylor, Caquot) démontrent que la valeur de F_2 varie peu si cette distribution varie dans des limites qui sont données *a priori*. Ceci est sans doute admissible pour les massifs homogènes. (b) Les auteurs de la méthode suédoise standard ont adopté F_1 et se sont donné une loi arbitraire simple pour déterminer les efforts le long de la surface de rupture: le massif est découpé en tranches verticales transmettant chacune son poids à la ligne de glissement, et les forces intergranulaires entre ces tranches sont supposées sans action sur l'équilibre des forces à la base.

Cette hypothèse, évidemment incorrecte, est toutefois justifiable, pour le glissement circulaire, quand $F_1 = 1$.

Ceci ne veut pas dire que les valeurs de F_1 supérieures à l'unité ne soient pas des estimations valables de la sécurité. En effet on peut, dans l'infinité de distributions de forces entre tranches *a priori* possibles, en trouver une qui donne un coefficient de sécurité F_2 égal à F_1 . Mais si l'on tient compte de toutes les conditions d'équilibre, en supposant toutefois la rupture circulaire, F_2 sera supérieur à F_1 . On peut l'établir de la façon suivante pour le massif homogène, en prenant pour simplifier l'écriture la cohésion et les pressions interstitielles nulles (fig. 3).

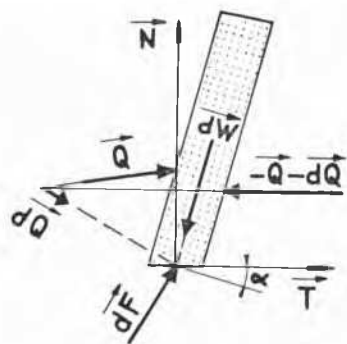


FIG. 3. Equilibre de la tranche élémentaire.

La projection sur N de dQ , différence vectorielle des forces latérales sur une tranche infiniment mince est

$$(dQ)_N = dQ_N + Q_T d\alpha. \quad (4)$$

La définition de F_2 se traduit par:

$$(dF)_T = (dF)_N (\tan \phi / F_2). \quad (5)$$

L'équation d'équilibre de la tranche s'écrit alors

$$(dW)_T - (dQ)_T = [(dW)_N - dQ_N - Q_T d\alpha] \times \tan \phi / F_2. \quad (6)$$

En intégrant le long du cercle C on obtient

$$\int_C (dW)_T = \left\{ \int_C (dW)_N - \int_C Q_T d\alpha \right\} \frac{\tan \phi}{F_2} \quad (7)$$

car on démontre aisément que $\int_C (dQ)_T = 0$ pour le cercle en tenant compte des équations de moment des tranches; car aussi $\int_C dQ_N = 0$ puisque $Q_N = 0$ aux deux extrémités.

La définition de F_1 se traduit par

$$F_1 = \frac{\int_C (dW)_N \tan \phi}{\int_C (dW)_T}. \quad (8)$$

La comparaison de (7) et (8) donne

$$F_1 = F_2 + \frac{\tan \phi \cdot \int_C Q_T d\alpha}{\int_C (dW)_T}. \quad (9)$$

Or $\int_C (dW)_T$ est évidemment négatif puisqu'il est du signe du moment du poids total par rapport au centre du cercle de glissement.

et $\tan \phi \int_C Q_T d\alpha$ est positif car les forces Q_T sont positives (sauf peut-être pour un domaine très limité à la crête du remblai). Dans ces conditions l'équation 9 impose que $F_1 < F_2$.

Massif à zones

Il devient dans ce cas encore plus discutable d'accepter l'hypothèse de la rupture circulaire même en première approximation. On sait que la rupture de tels massifs peut s'éloigner beaucoup du cercle jusqu'à prendre des formes convexes. Plusieurs méthodes permettent le calcul dans ce cas, et font intervenir explicitement les forces latérales entre tranches.

Toutefois une analyse rigoureuse des conditions d'équilibre des tranches montre qu'on ne peut connaître les forces latérales sans introduire une *hypothèse supplémentaire*. En effet pour assurer l'équilibre des tranches et vérifier en particulier pour chacune l'équation de moment, il faut faire intervenir la position du point de passage de la résultante Q des efforts appliqués sur les faces latérales. Or on ne connaît ces points que si l'on connaît les relations contrainte-déformation et aussi les conditions en déformation du massif au-dessus de la ligne de glissement.

Cette ignorance est masquée, dans toutes les méthodes employées, soit par un choix arbitraire du point de passage, soit par une direction imposée, soit par des hypothèses dites "encadrantes" sur les forces latérales.

Il sera en réalité impossible de résoudre le problème d'une façon satisfaisante tant qu'on ne pourra évaluer de façon elle-même satisfaisante l'influence des relations contrainte-déformation. Ces relations régissent la distribution réelle des contraintes le long de la ligne de glissement, et jouent un rôle capital dans un remblai constitué de zones très dissemblables, comme c'est le cas général.

CONCLUSION

Il est probable que la méthode qui s'imposera à l'ingénieur sera: (a) une méthode générale, valable pour toutes les formes géométriques de massif à zones, et toutes les formes de lignes de glissement, convexes ou concaves; (b) une méthode rapide, transposable au calculateur électronique; (c) une méthode traitant le problème en plasto-élasticité.

La méthode suédoise a les deux premiers mérites. Elle a d'ailleurs servi à justifier le projet de plusieurs centaines de barrages et parmi eux les plus grands. Mais elle peut paraître trop approximative et même trompeuse pour des extrapola-

tions soit dans la hauteur des ouvrages soit dans la nature de leurs matériaux constitutifs. Des méthodes plus correctes sont certainement préférables, mais à condition qu'elles soient "étalonnées", en ce qui concerne les valeurs admissibles des coefficients de sécurité, par le calcul de très nombreux barrages en service.

Quoi qu'il en soit il n'existe pas encore de méthode de calcul incorporant des hypothèses acceptables sur les champs de contraintes et de déformations dans le remblai et sa fondation. Ceci semble pourtant indispensable si l'on veut prétendre estimer correctement la sécurité.