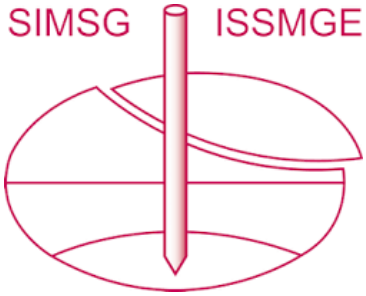
INTERNATIONAL SOCIETY FOR
SOIL MECHANICS AND
GEOTECHNICAL ENGINEERING



This paper was downloaded from the Online Library of the International Society for Soil Mechanics and Geotechnical Engineering (ISSMGE). The library is available here:

https://www.issmge.org/publications/online-library

This is an open-access database that archives thousands of papers published under the Auspices of the ISSMGE and maintained by the Innovation and Development Committee of ISSMGE.

Deux problèmes sur la stabilité du sol

Problems of Soil Stability

par V. MENCL, Ing. Dr., Prof. à l'Ecole du Génie Civil, Brno, Barvičova 85
et
L. PRUŠKA, Ing. C. Sc., Ingénieur de recherches à l'Institut de Mécanique théorique et appliquée de l'Académie Tchécoslovaque des Sciences, Praha 6, Šolínova, 7

Sommaire

Dans la première partie on se propose d'introduire dans le calcul de la stabilité, au lieu d'un seul coefficient de sécurité, plusieurs coefficients qu'on rattachera aux paramètres correspondants.

La deuxième partie contient une introduction de l'espace élastique semi-indéfini à trois phases et son application essentielle. La distribution des contraintes dans le sous-sol des structures est évaluée pour le commencement de la consolidation.

Comme le sous-sol est un système à trois phases, la distribution des contraintes peut être évaluée à l'aide d'un « espace élastique semi-indéfini à trois phases ». Les propriétés de cet espace sont définies dans la présente communication. On indique une équation à l'aide de laquelle on peut évaluer la distribution des contraintes totales sur les contraintes effectives et interstitielles. Ensuite on présente les équations générales de la distribution des contraintes dans l'espace élastique semi-indéfini à trois phases. L'étude est complétée par deux problèmes numériques, charge concentrée et charge uniforme sur la surface.

Les résultats de l'étude théorique précédente sont comparés avec les résultats de la mesure de la pression interstitielle dans le sol sous une citerne à l'huile. La comparaison satisfait l'étude théorique.

Summary

Instead of using a single factor of safety, the authors suggest several factors which will be closely linked with corresponding parameters.

They also evaluate the distribution of stress in the subsoil below a structure at the start of consolidation. Since the subsoil is a three-phase system, they advance the idea of a "three-phase elastic semi-infinite mass", the properties of which are defined. They have developed an equation for calculating pore pressure and effective stress and they deduce the general equations of stress distribution for a three-phase elastic semi-infinite mass.

Two examples have been calculated, for line and strip loading of the surface of a soil.

They compare the results of theoretical calculations with the measured values of pore pressure beneath an oil tank, obtaining satisfactory agreement.

I. CALCUL DE SÉCURITÉ A L'ÉQUILIBRE LIMITE DES SOLS

par V. MENCL

Citons les idées principales du calcul des constructions à l'état d'équilibre limite :

1. On doit considérer les forces externes aussi bien que les internes, agissant à la limite de rupture.

2. Tous les facteurs, qui résultent de l'incertitude des différents paramètres sont rattachés à ceux-ci et ne sont donc pas réunis dans un unique «coefficient de sécurité».

En ce qui concerne la mécanique du sol, la première partie a été suivie depuis longtemps et a été particulièrement étudiée par M. K. TERZAGHI et M. R. B. PECK (1948). Par contre la deuxième partie n'est pas traitée dans la mécanique du sol et seul un coefficient de sécurité unique est utilisé. L'auteur pense, qu'il serait avantageux d'admettre aussi dans cette application la méthode de calcul utilisée dans les autres domaines des constructions (A. L. Baker, V. M. Keldys, R. Lévi, B. G. Neal, A. G. Pugsley, E. Torroja, etc.).

C'est pourquoi l'auteur propose d'adjoindre aux paramètres les facteurs correspondants suivants :

1. Pour les charges *le coefficient de surcharge :*

(a) Dans les charges de la construction un facteur qui varie d'après la catégorie de la construction (modéré s'il t'agit de constructions lourdes plus élevé s'il s'agit de consructions légères) et aussi d'après la proportion de la charge permanente à la charge utile. La valeur de ce coefficient est de 1·05 à 1·15.

(b) Pour le poids du sol, s'il contribue à la stabilité un coefficient de 0·95.

2. En ce qui concerne la résistance du sol :

(a) *Le facteur d'hétérogénéité*—Il est naturellement nécessaire de déterminer la surface de rupture et de connaître les sols que traverse cette surface. Si l'on considère une couche du sol comme homogène, on peut déterminer la valeur garantie de la résistance. M. K. TERZAGHI et M. R. B. PECK (1948, p. 431) recommandent pour l'argile de choisir la valeur moyenne la plus faible résultant des sondages individuels. Mais si l'on peut considérer la série d'échantillons comme représentative de la couche en question, l'auteur pense qu'il est plus juste d'utiliser la *moyenne garantie*, c'est-à-dire une moyenne avec une grande probabilité, par exemple de 0·999. Si l'on peut considérer la répartition observée comme provenant d'une population normale, la moyenne garantie est donnée par la formule

$$M = M' - z\sigma'$$

où M' est la moyenne pour une série d'échantillons, z, le coefficient de probabilité (au sens de la table de «Student»); dans les tables usuelles, on peut trouver la valeur de ce coefficient. L'auteur donne des valeurs de z pour que la moyenne réelle M ne décroisse pas au-dessous de M' avec la probabilité 0·999

r =	31	29	25	23	21	20
z =	0·59	0·62	0·68	0·72	0·77	0·72
r =	19	18	17	16	15	14
z =	0·8	0·82	0·85	0·90	0·95	1·02
r =	13	12	11	10	9	8
z =	1·1	1·15	1·28	1·41	1·59	1·85
r =	7	6				
z =	2·25	2·97				

σ' est l'écart quadratique moyen de la série d'échantillons ; r est le nombre d'échantillons ; on peut voir par la table, que pour $r < 12$ les valeurs de z croissent considérablement.

(b) *Le coefficient de rhéologie*—Il est connu que pour des *sols argileux* (M. J. Hvorslev, A. Casagrande, S. D. Wilson, R. B. Peck, W. A. Geuse, Tan Tjong Kie, etc.), les essais rapides donnent une résistance plus élevée que la résistance réelle. Il est alors nécessaire d'introduire le coefficient de rhéologie, qui peut atteindre tout au plus la valeur de 1·3. L'auteur a fait beaucoup d'essais sur deux sortes de sols importants pour la construction et il a déterminé les valeurs suivantes : Marne du néogène (équivalent à Wiener Tgel), P_I = 45 à 60 pour cent

pour w =	24 pour cent	27 pour cent	30 pour cent	33 pour cent
facteur de rhéologie	1·28	1·1	1·04	1

Limon de loess, P_I = 30 — 40 pour cent, compacté (Proctor stand.)

pour r =	22 pour cent	25 pour cent	28 pour cent	30 p. cent
facteur de rhéologie	1·12	1·09	1·07	1

Pour les *sols sableux*, on doit craindre, qu'il faille diminuer la résistance eu égard aux vibrations qu'on peut trouver usuellement dans les constructions. Mais on peut déterminer par essais, que jusqu'à l'amplitude de 40μ l'influence des vibrations est sans importance. Quand il s'agit de vibrations plus élevées, il faut des recherches spéciales.

3. Pour la valeur résultante de pression admissible ou du degré de stabilité :

(a) *Le coefficient d'imperfection du calcul* («factor of ignorance»)—Ce facteur doit être déterminé d'après le progrès de la science dans le problème en question. On peut assez bien déterminer les valeurs relativement précises d'après le nombre des accidents. On peut trouver une dispersion considérable des résultats, ainsi chaque valeur, qu'on introduira, peut être discutable. Je recommande le facteur de 1·1 pour les cas usuels en supposant, qu'on utilise les solutions les plus exactes.

(b) *Le coefficient de sécurité* au sens propre, c'est un coefficient qu'on intrdouira aussi dans les solutions les plus exactes et pour un entretien parfait, pour être certain que les personnes et la propriété ne seront pas endommagées. Sa valeur dépend de l'importance des dommages éventuels. D'après la commission présidée par le Prof. A. G. Pugsley, on peut introduire les coefficients suivants :

		Danger pour les personnes faible	sérieux	très sérieux
Danger de pertes économiques	faible	1	1·2	1·4
	sérieux	1·1	1·3	1·5
	très sérieux	1·2	1·4	1·6

Il a été objecté que dans le domaine des constructions du bâtiment il y a toujours un danger très sérieux pour les personnes. Mais dans la mécanique du sol il y a un nombre de problèmes, où ce danger est moindre. Par exemple un mur de soutènement de terre-pleins dans un terrain argileux va s'incliner très lentement.

Exemple 1— Quelle est le taux de travail admissible du sol (limon alluvial) sous la fondation des murs de magasin, si nous supposons la possibilité de consolidation ? D = 2 m, B = 2 m. L'emplacement a été prospecté par 3 forages, on a fait r = 14 essais qui ont donné la résistance minimale $\tau_f = 0{\cdot}1 + \sigma \operatorname{tg} 25°$ (t/m²) maximale $\tau_f = 1{\cdot}6 + \sigma \operatorname{tg} 28°$.

La résistance pour

σ = 1·5 t/m² : $M' = 1{\cdot}37$ t/m², $\sigma' = 0{\cdot}51$ t/m²
$M = 1{\cdot}37 - 1{\cdot}02 \times 0{\cdot}51 = 0{\cdot}85$ t/m²

σ = 20 t/m² : $M' = 11{\cdot}1$ t/m² $\sigma' = 1{\cdot}54$ t/m²
$M = 11{\cdot}1 - 1{\cdot}02 \times 1{\cdot}54 = 9{\cdot}5$ t/m².

De cela on déduit $\tau_f = 0{\cdot}14 + \sigma \operatorname{tg} 25°$. Après la réduction du coefficient de rhéologie 1·12, $\tau_f = 0{\cdot}12 + \sigma \operatorname{tg} 22°40$. Densité moyenne garantie $\gamma = 1{\cdot}95$ t/m². D'après G. G. Meyerhof $N_c = 18$, $N_q = 8{\cdot}5$, $N_\gamma = 8$.

$$q_a = \frac{1}{1{\cdot}1 \times 1{\cdot}1 \times 1{\cdot}6} [18 \times 0{\cdot}14 + 8{\cdot}5 \times 0{\cdot}95 \times 1{\cdot}95 \times 2 + 8 \times 0{\cdot}95 \times 1{\cdot}95 \times 1 = 25{\cdot}4 \text{ t/m}^2.$$

Exemple 2—Quelle est la résistance calculée du sol (schistes du Crétacé) pour la fondation d'un barrage de 20 m de hauteur ? On a fait 10 essais de cisaillement sur blocs (Fig. 1).

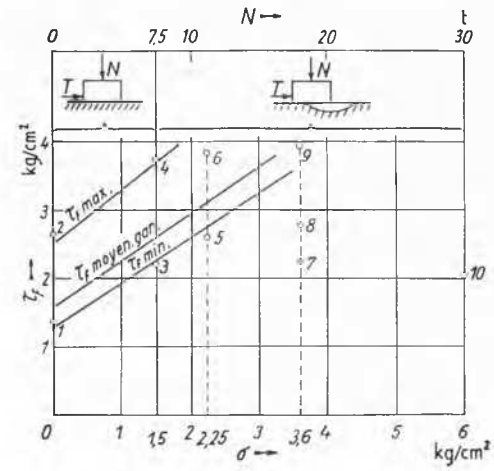


Fig. 1 Résultats des essais des cisaillements en blocs.
Results of shear tests of blocks.

Les essais Nr. 1-4 (force normale $N \leq 7{\cdot}5$ t) ont démontré que les blocs avaient glissé le long de leur base, tandis que dans les essais Nr 5-10 (force normale $N > 7{\cdot}5$ t) la surface du glissement a traversé le rocher. Après l'analyse des essais le long de la surface du glissement, on a trouvé la résistance au cisaillement du rocher (t/m²) : min $\tau_f = 13 + \sigma \operatorname{tg} 33°$, max $\tau_f = 25 + \sigma \operatorname{tg} 38°$. La moyenne garantie (calculée comme dans l'exemple Nr 1) est $\tau_f = 16 + \sigma \operatorname{tg} 34°$. Pour le calcul du barrage, on a introduit le coefficient de surcharge 1·05, celui de rhéologie 1·3, le coefficient d'imperfection du calcul 1·1 et le coefficient de sécurité 1·6.

II. L'ESPACE ÉLASTIQUE SEMI-INDÉFINI A TROIS PHASES ET SES APPLICATIONS ESSENTIELLES

par L. Pruska

1. Introduction

La répartition des contraintes dans le sous-sol des constructions est souvent comparée à la répartition des contraintes

dans l'espace élastique semi-indéfini. Cette comparaison est valable lorsqu'il s'agit d'un sous-sol consolidé.

S'il s'agit d'un sous-sol non consolidé, la comparaison ne donne pas de résultats suffisamment exacts. Dans ce cas, pour la répartition des contraintes, on emploie des présomptions fondées, dans la majorité des cas, sur l'évaluation des mesures des pressions interstitielles. Pour d'autres applications, par exemple pour la détermination de la capacité portante, les conclusions découlant par exemple de la théorie de l'espace élastique semi-indéfini sont sujettes à différentes modifications. Ainsi par exemple les «théories» généralement connues $\varphi = 0$ ou $c = 0$.

M. Ohde (KARAFIATH, 1955) suppose que lors d'une charge instantanée sur le sol des fondations, une zone de pression d'eau (Druckwasserkissen) se produit.

Selon la théorie de M. FLORIN (1948), au moment de la charge instantanée uniforme sur l'espace semi-indéfini à largeur constante, naît un accroissement de pressions interstitielles Δu, défini par la relation :

$$\Delta u = \frac{1}{2}(\Delta\sigma_1 + \Delta\sigma_3) \tag{1}$$

$\Delta\sigma_1$ et $\Delta\sigma_3$ étant les contraintes principales créés par la charge instantanée. Elles sont données par les équations

$$\left.\begin{aligned}\Delta\sigma_1 &= (\alpha + \sin\alpha)\\ \Delta\sigma_2 &= (\alpha - \sin\alpha)\end{aligned}\right\} \tag{2}$$

L'importance du symbole α est généralement connue.

La raison la plus importante qui nous empêche de comparer simplement la répartition des contraintes dans les sols cohérents non consolidé avec celle de l'espace semi-indéfini réside dans l'essence physique même de la matière des deux corps comparés. L'espace élastique semi-indéfini est une matière élastique homogène. Les sols cohérents se composent de trois phases, dont chacune pour certains égards se comporte indépendemment des autres et transmet ses propres contraintes.

2. Définition du sol élastique semi-indéfini à trois phases

Dans la suite de cette étude essayons de découvrir les lois générales de la répartition des contraintes dans le sol non consolidé.

Afin de résoudre ce problème, nous imaginerons un sol idéalisé que nous appellerons espace élastique semi-indéfini et que nous définirons de la manière suivante :

L'espace élastique semi-indéfini à trois phases est géométriquement conforme à l'espace élastique semi-indéfini. Il comporte trois phases passant l'une à travers de l'autre, à savoir des phases solide, liquide et gazeuse — qui sont inchangeables entre elles et qui transmettent chacune ses propres contraintes. Les contraintes des phases gazeuse et liquide sont égales l'une par rapport à l'autre et se comportent comme contraintes uniques et c'est pour cette raison que l'on peut, du point de vue des contraintes, les désigner comme une seule phase liquide.

Nous supposerons ensuite que :

—les phases solide et liquide sont incompressibles ;
—pour la phase gazeuse la loi Boyle-Mariotte est valable ;
—la phase solide transmet les contraintes normales et tangentielles ;
—la phase liquide (comprenant les phases gazeuse et liquide) ne transmet que les contraintes normales ;
—la tension de la phase liquide est la même dans toutes les directions et les déformations apparaissent simultanément avec les contraintes.

Nous formulerons ensuite la supposition que dans tout cet espace élastique à trois phases les contraintes totales principales sont réparties uniformément et qu'elles sont aussi grandes que les contraintes principales dans l'espace élastique semi-indéfini «classique».

3. Données pour le calcul de la répartition des contraintes dans l'espace élastique semi-indéfini

Au cours de l'étude présente nous ne traiterons que de la variation des contraintes ayant lieu au moment du chargement instantané. Nous allons donc suivre l'état initial de la consolidation dans l'espace élastique semi-indéfini à trois phases, le terme de «consolidation» comprenant tous les phénomènes qui sont annexes à l'égalisation de la pression interstitielle.

Le calcul de la répartition des contraintes est opéré de la manière suivante :

A l'intérieur de l'espace élastique semi-indéfini nous désignerons un volume élémentaire de côtés dx, dy et dz (Fig. 2 (a)). La variation de la charge extérieure entraîne une variation dans les contraintes agissant sur le volume élémentaire, représenté schématiquement dans la Fig. 2 (a). Les contraintes extérieures totales normales $\Delta\sigma$ sont divisées en contraintes effectives $\Delta\sigma'$ et surcharges interstitielles Δu. On présume que les contraintes tangentielles (voir «propriétés de l'espace élastique semi-indéfini à trois phases») sont déduites seulement des contraintes effectives.

Il est pratiquement impossible d'établir le calcul général des changements des contraintes dans la totalité de l'espace élastique semi-indéfini à trois phases à partir des équations de l'équilibre et des rapports de déformation. Nous allons donc l'élaborer par un procédé différent.

Orientons le volume élémentaire de sorte que ses côtés soient situés dans les plans normaux aux contraintes principales (Fig. 2 (b)). Ainsi le volume élémentaire n'est soumis qu'aux contraintes totales principales $\Delta\sigma_1$; $\Delta\sigma_2$; $\Delta\sigma_3$.

La variation des contraintes intérieures dans le volume élémentaire considéré sera en équilibre avec la variation extérieure et se compose de la variation des contraintes effectives et de celle de la pression interstitielle. La variation de la pression interstitielle des contraintes intérieures Δu sera calculée par l'équation suivante :

$$\begin{aligned}
2\Delta u &= 2(\Delta u_3 + \Delta u_2 + \Delta u_1)\\
&= 2[F_3\Delta\sigma_3 + F_2(\Delta\sigma_2 - \Delta\sigma_3) + F_1(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_2)]\\
&= -\left[1 + u_0 + \frac{n(1-S)}{C_{s3}} - \Delta\sigma_3\right]\\
&\quad + \sqrt{\left[1 + u_0 + \frac{n(1-S)}{C_{s3}} - \Delta\sigma_3\right]^2 + 4(1+u_0)\cdot\Delta\sigma_3}\\
&\quad - \left[1 + u_0 + \frac{n(1-S)}{C_{s2}} - (\Delta\sigma_2 - \Delta\sigma_3)\right]\\
&\quad \pm\sqrt{\left[1 + u_0 + \frac{n(1-S)}{C_{s2}} - (\Delta\sigma_2 - \Delta\sigma_3)\right]^2 + 4(1+u_0)(\Delta\sigma_2 - \Delta\sigma_3)}\\
&\quad - \left[1 + u_0 + \frac{n(1-S)}{C_{s1}} - (\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_2)\right]\\
&\quad \pm\sqrt{\left[1 + u_0 + \frac{n(1-S)}{C_{s1}} - (\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_2)\right]^2 + 4(1+u_0)(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_2)}
\end{aligned} \tag{3}$$

$\Delta\sigma_3$ indiquant la variation de la contrainte principale (extérieure) la plus petite ;

$\Delta\sigma_2$ indiquant la variation de la contrainte principale (extérieure) moyenne ;

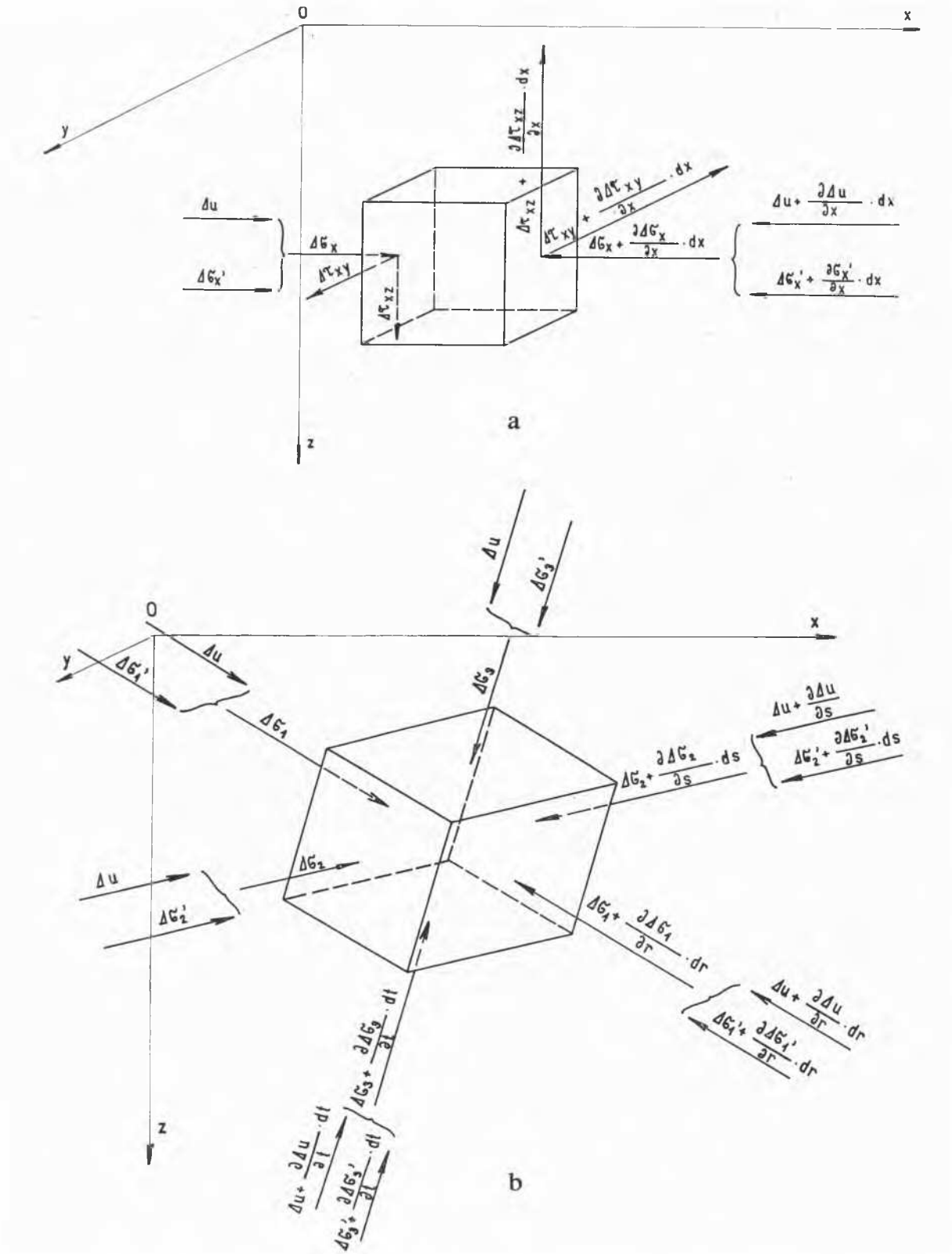


Fig. 2 (a) Variation des contraintes sur un volume élémentaire à l'intérieur de l'espace élastique semi-indéfini à trois phases. Seules les forces agissant sur deux faces perpendiculaires sont représentées.
(b) Contrainte sur un volume élémentaire orienté de façon que les axes coincident avec les contraintes principales. Les longueurs des côtés *dr*, *ds*, *dt* sont égales à celles des côtés *dx*, *dy*, *dz*, du cas représenté sur la Fig. 2 (a).

(a) Change of loads on a small element in a three- phase elastic semi-infinite mass. The designed loads act on two walls.
(b) Changes in loads acting on the same element turned to a special position. Sides *dr*, *ds*, *dt* equal to sides *dx*, *dy*, *ds* of Fig. 2 (a).

$\Delta\sigma_1$ indiquant la variation de la contrainte principale (extérieure) la plus grande ;

u_0 étant la pression interstitielle à l'intérieur du volume élémentaire avant la variation (on considère la pression atmosphérique comme nulle) ;

n étant la porosité avant la variation ;

S indiquant le degré de saturation avant la variation et C_{s3}, C_{s2}, C_{s1} étant les coefficients de la déformation de volume. Si nous désignons par V le volume avant la surcharge et par ΔV la variation du volume causé par les contraintes extérieures, les coefficients de déformation du volume sont définis par les équations suivantes :

$$C_{s3} = -\frac{\Delta V_3}{V} \cdot \frac{1}{(\Delta\sigma_3 - \Delta u)}$$

$$C_{s2} = -\frac{\Delta V_2}{V} \cdot \frac{1}{(\Delta\sigma_2 - \Delta\sigma_3 - \Delta u)} \qquad (4)$$

$$C_{s1} = -\frac{\Delta V_1}{V} \cdot \frac{1}{(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_2 - \Delta u)}$$

Dans les équations (4) la variation de volume ΔV_3 est causée par la contrainte extérieure dans tous les sens $(\Delta\sigma_3 - \Delta u)$, la variation de volume ΔV_2 est causée par les contraintes $(\Delta\sigma_2 - \Delta\sigma_3 - \Delta u)$ dans les sens des contraintes principales σ_2 et σ_3 et la variation de volume ΔV_1 est causée par les contraintes $(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_2 - \Delta u)$ dans le sens de la contrainte principale σ_1.

Dans l'équation du calcul de la variation de la pression interstitielle (3), les coefficients généraux de la déformation de volume sont introduits volontairement. En utilisant les constantes de l'élasticité il serait difficile d'appliquer cette équation pour la mécanique des sols, parce que les coefficients C_{s2} et C_{s1} dépendent, lors de l'application aux sols, de la grandeur et de la manière même de la variation et pour certain cas de surcharge peuvent même prendre des valeurs négatives comme quelques expériences le confirment, par exemple celles de L. Rendulic (1937). Dans le cas de valeurs négatives des coefficients C_{s2} et C_{s1} dans l'équation (3), les signes négatifs sont pris devant les racines.

S'il s'agit seulement d'un problème à deux dimensions, l'équation (3) prend une forme plus simple (PRUSKA, 1959) :

$$2\Delta u = 2(\Delta u_3 + \Delta u_1) = 2[F_3 \cdot \Delta\sigma_3 + F_1(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3)]$$

$$= -\left[1 + u_0 + \frac{n(1-S)}{C_{s3}} - \Delta\sigma_3\right]$$

$$+ \sqrt{\left[1 + u_0 + \frac{n(1-S)}{C_{s3}} - \Delta\sigma_3\right]^2 + 4(1+u_0)\cdot\Delta\sigma_3}$$

$$-\left[1 + u_0 + \frac{n(1-S)}{C_{s1}} - (\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3)\right]$$

$$\pm \sqrt{\left[1 + u_0 + \frac{n(1-S)}{C_{s1}} - (\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3)\right]^2 + 4(1+u_0)(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3)} \qquad \ldots\ (5)$$

Dans le cas d'un problème à deux dimensions, nous pouvons calculer au lieu d'utiliser l'équation (5), le changement de la pression interstitielle à l'aide des coefficient A et B de l'équation suivante (SKEMPTON, 1954) :

$$\Delta u = \Delta u_3 + \Delta u_1 = B\cdot\Delta\sigma_3 + \bar{A}(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3) \qquad (6)$$

4. Analyse des équations (3) et (5)

Les équations (3) et (5) ont été déduites pour l'ensemble de l'espace élastique semi-indéfini à trois phases ayant les propriétés décrites. Elles sont essentiellement du même type que l'équation (6) et les fonctions F_3 et F_1, resp. F_2 ont une importance égale à celle des coefficients A et B. Elles ne donnent cependant pas de valeurs numériques absolument identiques, comme il découle de la comparaison du coefficient B avec la fonction F_3 pour des sols absolument secs, par exemple, SKEMPTON (1954) indique pour ce cas que le coefficient B est égal à zéro. Il est vrai que la fonction correspondante F_3 a pour le même cas une valeur petite différente mais non égale à zéro, laquelle dépend de la porosité, de l'élasticité, de la pression interstitielle originale et du changement dans les contraintes extérieures.

Nous démontrerons sur quelques graphiques d'un problème numérique l'évolution des fonctions F_3 et F_1 dans le cas d'un problème à deux dimensions (Figs. 3 à 7).

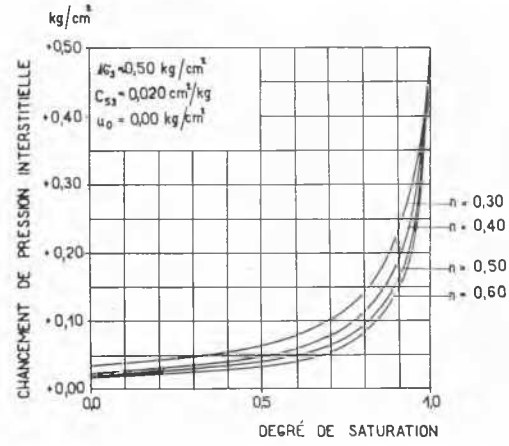


Fig. 3 Variation de la pression interstitielle en fonction du degré de saturation. Influence de la porosité.
The relationship between the change in pore pressure and the degree of saturation. Influence of the porosity.

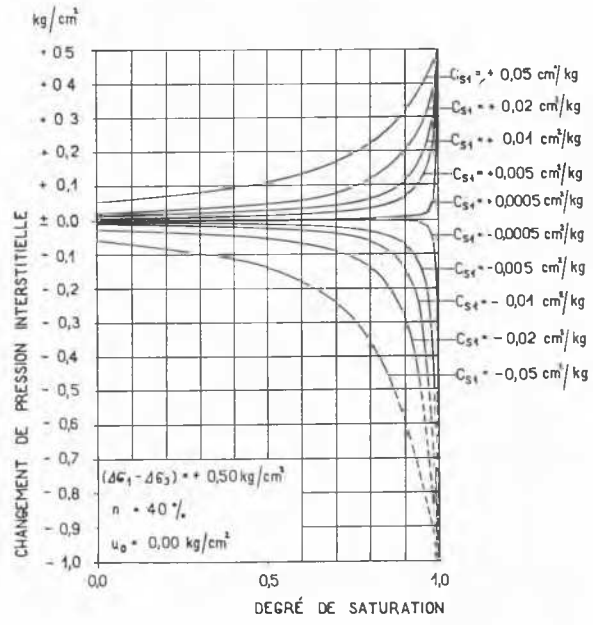


Fig. 4 Variation de la pression interstitielle en fonction du degré de saturation. Influence du coefficient de compressibilité.
The relationship between the change in pore pressure and the degrees of saturation. Influence of coefficient of compressibility.

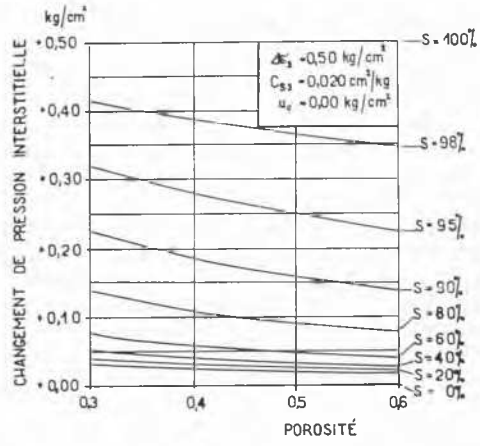
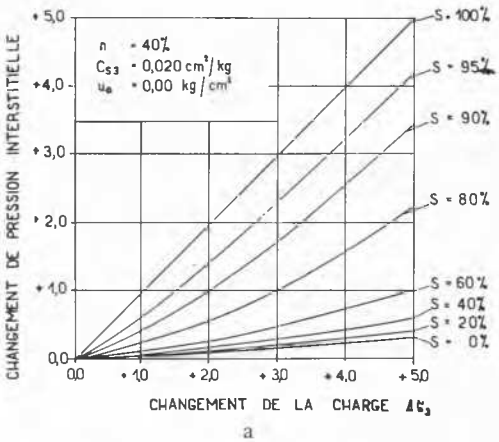


Fig. 5 Pression interstitielle en fonction de la porosité.
The relationship between the change in pore pressure and the porosity.



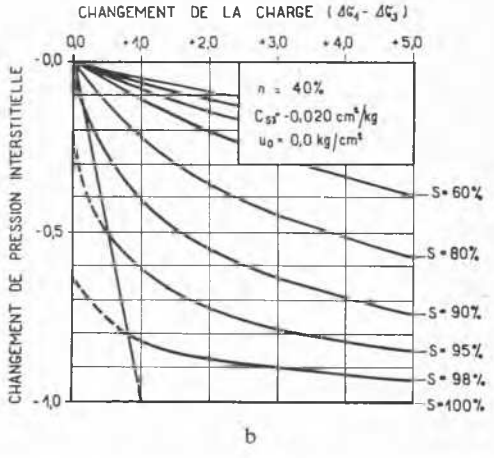
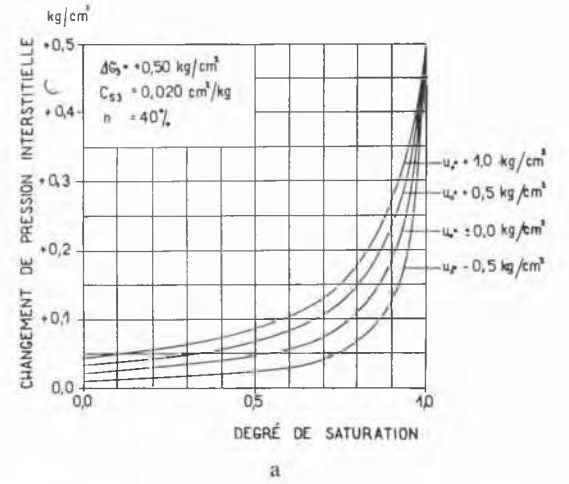


Fig. 6 Variation de la pression interstitielle en fonction de l'accroissement uniforme de la pression extérieure. Coefficient de compressibilité :
$C_{S_3} = + 0{\cdot}020$ cm²/kg (Fig. a),
$C_{S_1} = - 0{\cdot}020$ cm²/kg (Fig. b).
The relationship between the change in pore pressure and the over-all pressure. Coefficient of compressibility is $C_{S_3} = + 0{\cdot}020$ sq. cm per kg (Fig. a),
$C_{S_1} = - 0{\cdot}020$ sq. cm per kg (Fig. b).



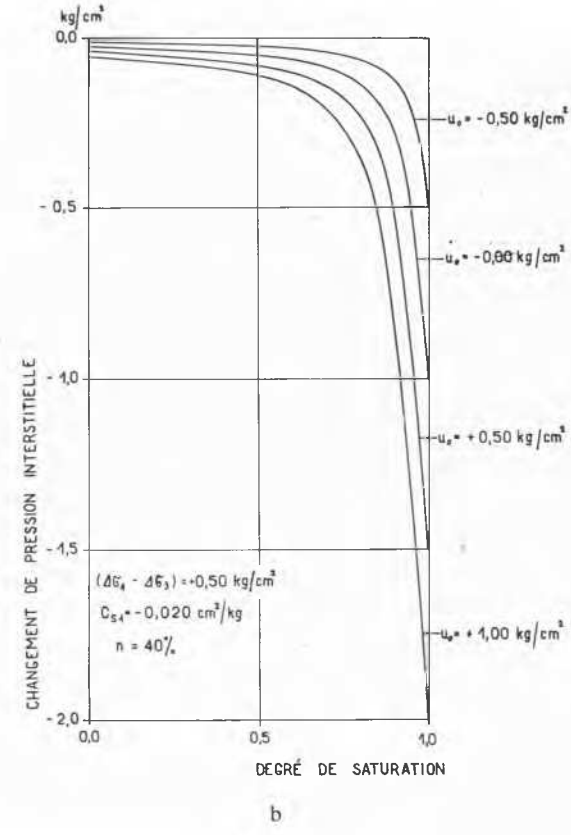


Fig. 7 Variation de la pression interstitielle en fonction du degré de saturation. Influence de la pression interstitielle initiale.
$C_{S_3} = + 0{\cdot}020$ cm²/kg (Fig. a),
$C_{S_1} = - 0{\cdot}020$ cm²/kg (Fig. b).
The relationship between the change in pore pressure and the degree of saturation. Influence of the pore pressure acting before loading.
$C_{S_3} = + 0{\cdot}020$ sq. cm per kg (Fig. a),
$C_{S_1} = - 0{\cdot}020$ sq. cm per kg (Fig. b).

Il est intéressant de comparer la Fig. 6 avec les mesures indiquées dans les références, par exemple MOIGNE (1957), GLYNN (1948), SKEMPTON (1954) etc.

D'après les graphiques il est évident que l'on peut même partiellement confondre les deux fonctions.

5. Répartition des variations des contraintes dans l'espace élastique semi-indéfini à trois phases au moment d'une charge verticale brusque sur sa surface. Problèmes fondamentaux à deux dimensions

La répartition des variations des contraintes dans l'espace élastique à trois phases sous l'effet d'une charge brusque peut être déduite des variations des contraintes totales principales (elles sont aussi grandes que les variations des contraintes principales dans l'espace élastique semi-indéfini «classique») à partir de l'équation (5) ou bien (6) et des rapports

$$\left.\begin{aligned} \Delta\sigma_1' &= \Delta\sigma_1' - \Delta u \\ \Delta\sigma_3' &= \Delta\sigma_3' - \Delta u \end{aligned}\right\} \qquad (7)$$

Les variations des contraintes effectives dans les directions des coordonnées x et z peuvent être déduites des équations générales

$$\left.\begin{aligned} \Delta\sigma_x' &= \Delta\sigma_1'\cdot\sin^2\beta + \Delta\sigma_3'\cdot\cos^2\beta \\ \Delta\sigma_z' &= \Delta\sigma_1'\cos^2\beta + \Delta\sigma_3'\sin^2\beta \\ \Delta\tau_{xz} &= \frac{-\Delta\sigma_1' + \Delta\sigma_3'}{\operatorname{tg}\beta + \operatorname{cotg}\beta} = -\frac{1}{2}(\Delta\sigma_1' - \Delta\sigma_3')\sin 2\beta \\ &\cdot = -\frac{1}{2}(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3)\sin 2\beta \end{aligned}\right\} \qquad (8)$$

dans lesquelles l'angle β indique la déviation de la direction de la contrainte principale σ_1 de l'axe z.

Les variations des contraintes totales dans les directions des axes des coordonnées peuvent être déduites des relations :

$$\left.\begin{aligned} \Delta\sigma_x &= \Delta\sigma_x' + \Delta u \\ \Delta\sigma_z &= \Delta\sigma_z' + \Delta u \\ \Delta\tau_{xz} &= \Delta\tau_{xz}' \end{aligned}\right\} \qquad (9)$$

A partir des troisièmes équations (8) et (9), il est évident que la variation des contraintes tangentielles ne dépend pas de la valeur de la variation de la pression interstitielle, c'est-à-dire qu'elle ne dépend pas des propriétés physiques de l'espace élastique semi-indéfini à trois phases et qu'elle est toujours la même que dans l'espace élastique semi-indéfini « classique ».

(a) *Charge ponctuelle P*—Les variations des contraintes principales totales en un point quelconque de coordonnées x et z, sont

$$\left.\begin{aligned} \Delta\sigma_1 &= \frac{2Pz}{\pi r^2} \\ \Delta\sigma_3 &= 0 \end{aligned}\right\} \qquad (10)$$

En portant ces termes dans l'équation (5) nous obtiendrons le double de la variation de la pression interstitielle :

$$2\Delta u = -\left[1 + u_0 + \frac{n(1-S)}{C_{s1}} - \frac{2Pr}{\pi r^2}\right] \pm \sqrt{\left[1 + u_0 + \frac{n(1-S)}{C_{s1}} - \frac{2Pr}{\pi r^2}\right]^2 + 8(1+u_0)\frac{Pr}{\pi r^2}} \qquad (11)$$

A l'aide des équations (7) à (11) nous déduirons facilement les équations de la répartition des contraintes.

Il découle de l'équation (11) que les lignes de même variation de la pression interstitielle (les isobares) sont des circonférences tangentes à la surface de l'espace semi-indéfini au point de chargement et ayant leurs centres sur la direction de la force P.

Les lignes de courant sont les trajectoires orthogonales aux isobares et à l'instant du chargement leur forme et leur position peuvent être déduites de l'équation générale du système des isobares :

$$x^2 + z^2 - 2rx = 0 \qquad .... \quad (12)$$

L'équation différentielle des trajectoires orthogonales est

$$2x\cdot z\cdot dz = z^2\cdot dx - x^2\cdot dx \qquad (13)$$

La solution de cette équation donne

$$\left.\begin{aligned} x^2 + z^2 - 2Cx &= 0 \\ C &= r \end{aligned}\right\} \qquad .... \quad (14)$$

Il découle de l'équation (14) que les lignes de courant ont la forme de demi-circonférences à l'instant du chargement. Ces demi-circonférences forment deux systèmes symétriques à l'axe r. Toutes les demi-circonférences ont leur centre sur l'axe x et passent par l'origine du système de coordonnées.

(b) *Problème* 1. — La solution du problème de la répartition des contraintes dans l'espace semi-indéfini à 3 phases (système à deux dimensions) sous une charge verticale ponctuelle est donnée par les Figs. 8 et 9.

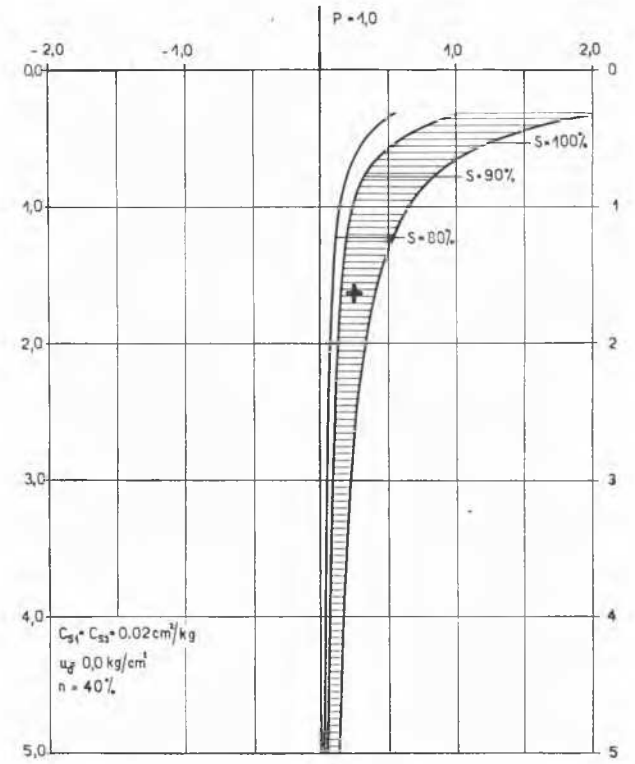


Fig. 8 Evolution des contraintes sur l'axe de la force P.
Change of pressure in the direction of application of the isolated load P within the three-phase elastic semi-infinite mass.

Dans la Fig. 8, la ligne extrême $S = 100$ pour cent limite dans le cas de l'espace élastique semi-indéfini les valeurs de la variation des contraintes verticales. Dans le cas de l'espace élastique semi-indéfini complètement saturé d'eau, cette ligne limite les grandeurs de la variation de la pression interstitielle. La variation des contraintes verticales effectives est donc dans ce cas égale à zéro.

Les lignes $S = 90$ pour cent, et la ligne $S = 80$ pour cent, répartissent la variation des contraintes verticales en varia-

tion de la pression interstitielle et en variation des contraintes effectives verticales.

Les contraintes totales horizontales sont toujours nulles. Comme la pression interstitielle est la même dans toutes les directions, la variation des contraintes effectives horizontales le long de la direction de la force P est toujours une diminution et est égale en valeur absolue à la valeur de la variation de la pression interstitielle.

De la Fig. 8, on peut facilement déduire les isobares de la variation de la pression interstitielle et les variations de la pression intertitielle en des points quelconques.

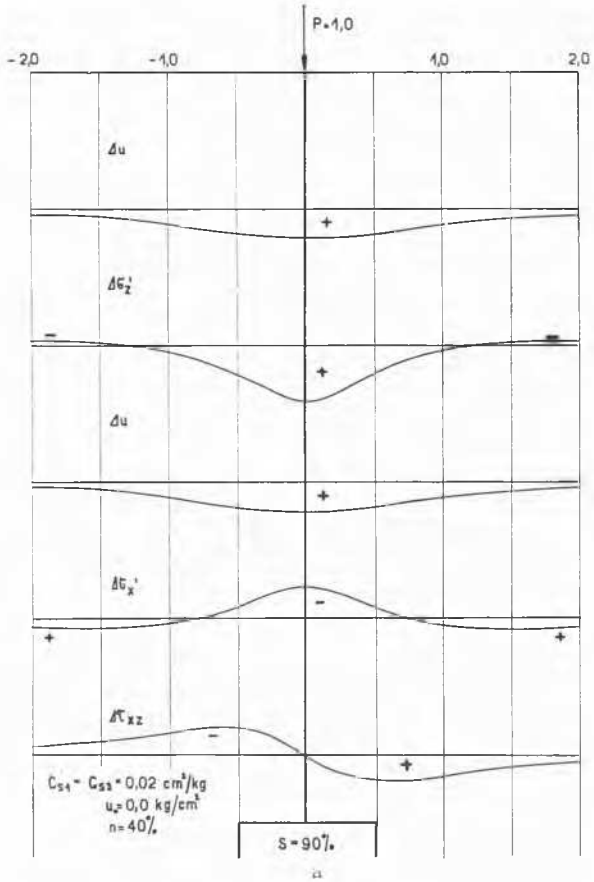
(c) *Charge verticale uniforme*—Au moment de la charge, en un point quelconque de coordonnées x et z les variations des contraintes principales totales sont

$$\left.\begin{aligned} \Delta\sigma_1 &= \frac{q}{\pi}(\alpha + \sin\alpha) \\ \Delta\sigma_3 &= \frac{q}{\pi}(\alpha - \sin\alpha) \end{aligned}\right\} \qquad (15)$$

Le double de la variation de la pression interstitielle est :

$$2\Delta u = -\left[1 + u_0 - \frac{q}{\pi}(\alpha - \sin\alpha) + \frac{n(1-S)}{C_{s3}}\right] + \sqrt{\left[1 + u_0 + \frac{n(1-S)}{C_{s3}} - \frac{q}{\pi}(\alpha - \sin\alpha)\right]^2 + 4(1+u_0)\frac{q}{\pi}(\alpha - \sin\alpha)}$$

$$-\left[1 + u_0 + \frac{n(1-S)}{C_{s1}} - \frac{2q}{\pi}\cdot\sin\alpha\right] \pm \sqrt{\left[1 + u_0 + \frac{n(1-S)}{C_{s1}} - \frac{2q}{\pi}\cdot\sin\alpha\right] + 4(1+u_0)\frac{2q}{\pi}\sin\alpha} \qquad (16)$$



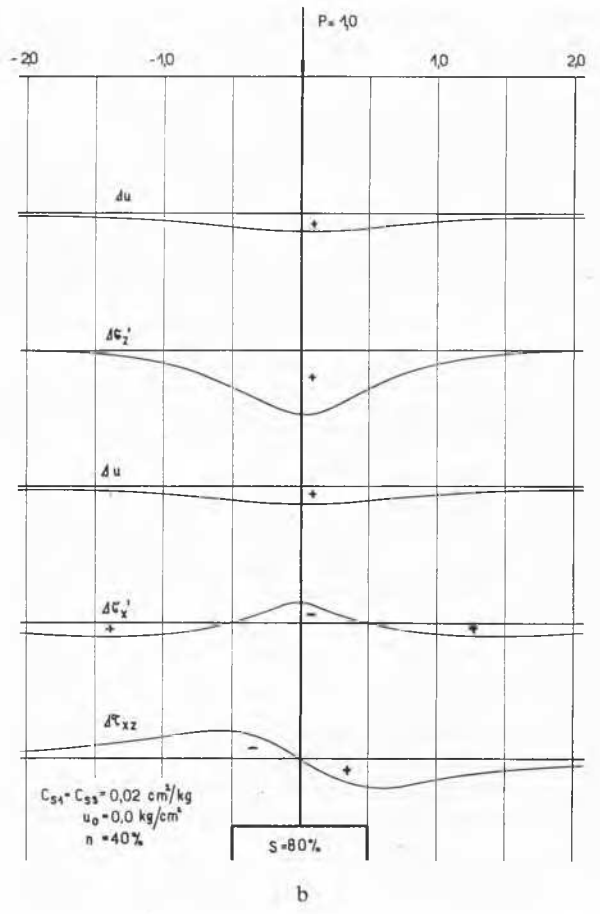


Fig. 9 Evolution des contraintes dans un plan horizontal ($z = 1{\cdot}0$). Degré de saturation $S = 90$ pour cent (Fig. a) et $S = 80$ pour cent (Fig. b).

Changes of pressure in the horizontal plane $z = 1{\cdot}0$. Degree of saturation $S = 90$ per cent (Fig. a), and $S = 80$ per cent (Fig. b).

A l'aide des équations (7) à (9) et (15) et (16), nous déduirons facilement les équations de la répartition des contraintes.

Il découle de l'équation (16) que les isobares de la variation de la pression interstitielle sont situées sur les circonférences ayant leurs centres sur l'axe z et qui passent toutes par les points extrêmes de la charge.

La position et la forme des lignes de courant peuvent être déduites à partir de l'équation générale du système des isobares :

$$x^2 + z^2 - 2z\,z_0 - \left(\frac{B}{2}\right)^2 = 0 \qquad (17)$$

Le symbole $z_0 = \sqrt{r^2 - \left(\frac{B}{2}\right)^2}$ indique l'ordonnée du centre de l'isobare et le symbole B désigne la portée de la charge uniforme. L'équation différentielle des trajectoires orthogonales est

$$2rxz\cdot dz = z^2\cdot dx - x^2\cdot dx + \left(\frac{B}{2}\right)^2\cdot dx \qquad (18)$$

La solution en est

$$x^2 - z^2 - 2x\,C + \left(\frac{B}{2}\right)^2 = 0 \qquad (19)$$

où $C = \sqrt{r^2 + \left(\frac{B}{2}\right)^2} = x_0$ indique l'abscisse du centre de lignes de courant. Pour le dessin, les relations représentées à la Fig. 10 sont valables. Ces équations montrent que celle (1) établie par M. Florin est valable pour des sols complètement saturés.

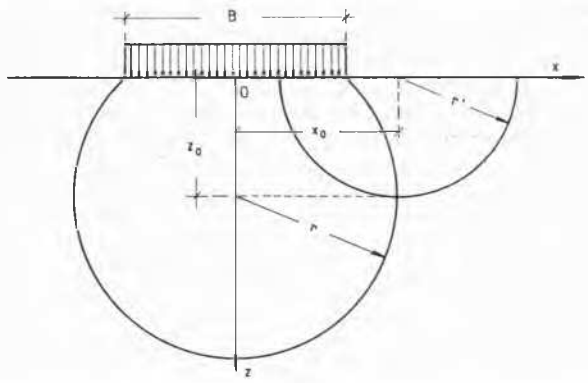


Fig. 10 Position des centres des circonférences des isobares et grandeur du rayon des circonférences des lignes de courant.
The relation between isobars and streamlines.

(d) *Problème* 2. — Le problème de la répartition des contraintes dans l'espace élastique semi-indéfini à trois phases (à deux dimensions) soumis en surface à une charge verticale uniforme est représenté aux Figs. 11 et 12.

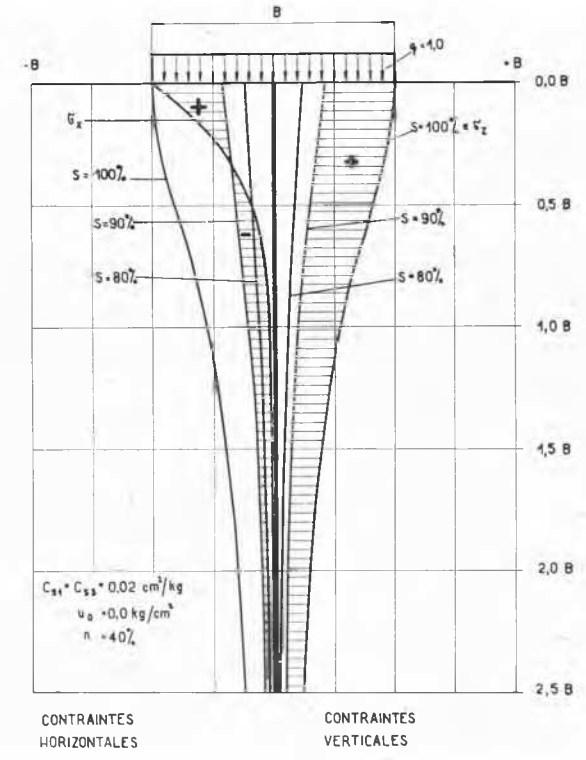


Fig. 11 Evolution des contraintes dans l'axe de la charge. Les aires hachurées indiquent les variations des contraintes lorsque le degré de saturation est $S = 90$ %.
Changes of pressure under a strip load. Changes of effective pressures for degree of saturation $S = 90$ % are shaded.

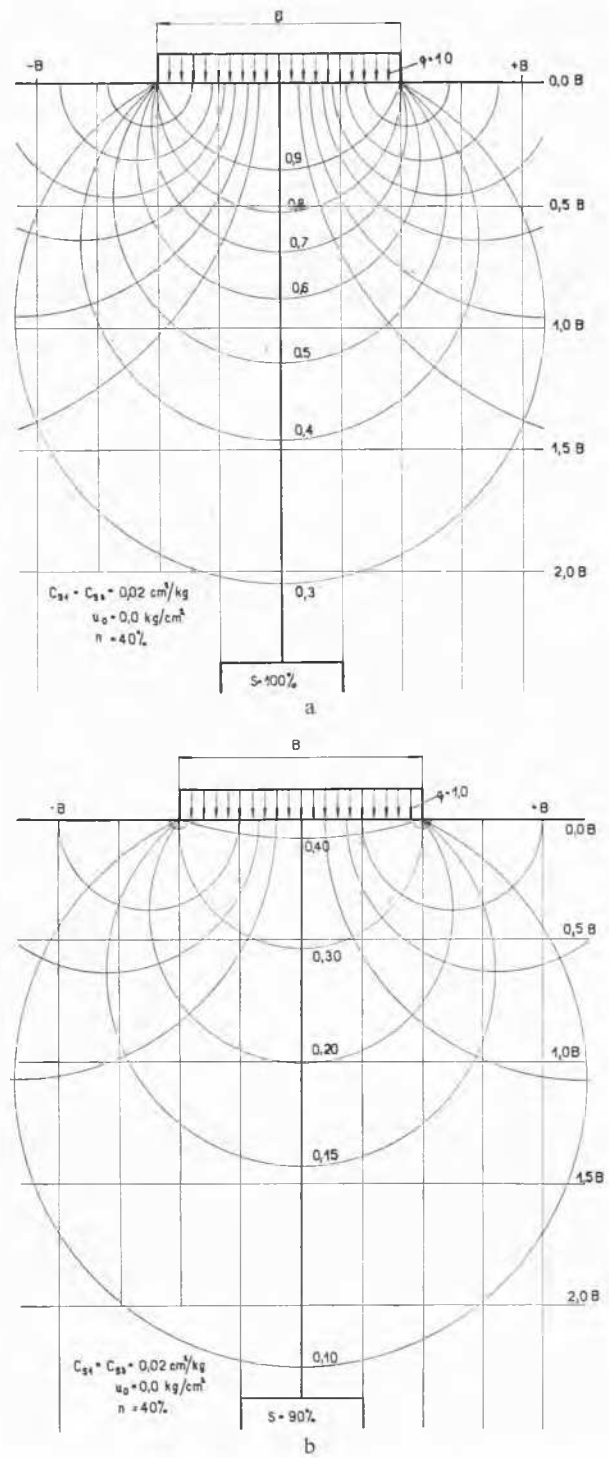


Fig. 12 Isobares et lignes de courant pour les degrés de saturation $S = 100$ % (Fig. a). et $S = 90$ % (Fig. b).
Isobars and streamlines of changes of pressure for the degree of the saturation $S = 100$ % (Fig. a) and $S = 90$ % (Fig. b).

6. Cas fondamentaux à trois dimensions

A partir des résultats déduits des problèmes à deux dimensions, il est possible de juger par analogie que dans le cas d'une surcharge de l'espace élastique à trois phases à trois dimensions par un seul poids vertical, les isobares prendront la forme de sphères qui passent par le point de surcharge

et dont les centres sont situés sur l'axe du poids P. Dans le cas d'une surcharge uniforme verticale appliquée sur une surface circulaire, les isobares auront la forme de calottes sphériques qui passent par la circonférence du cercle de charge et dont les centres sont situés sur l'axe de symétrie de la charge.

Nous basant sur cette théorie nous considérons les variations de la pression interstitielle, qui ont été mesurées lors d'un essai de remplissage d'une citerne à huile (COOLING, 1955). Ce cas peut très bien être considéré comme cas de charge instantanée uniforme d'une aire circulaire.

La Fig. 13 est extraite de l'ouvrage précité. On y distingue la position de la citerne à huile, le profil géologique et les points $A2$, $A3$, $A6$, $C2$, $C3$ et $C5$ pour lesquels dans le texte

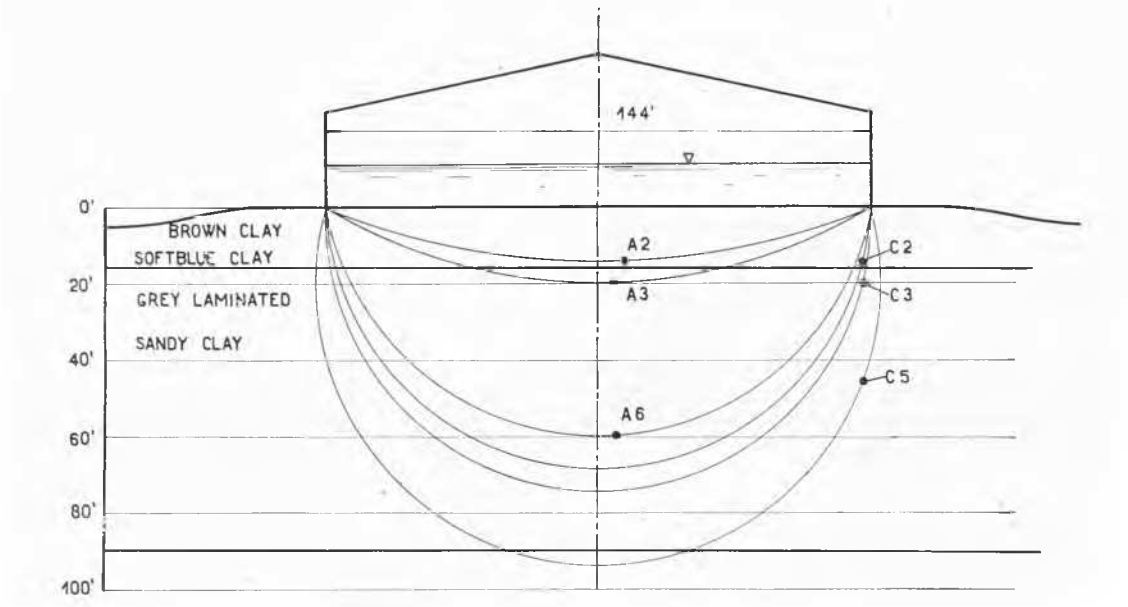


Fig. 13 Résultats des mesures publiées par Cooling.
Measurements published by Cooling.

cité on trouve une représentation graphique de l'évolution de la pression interstitielle. Dans les limites du possible, nous avons calculé les variations de la pression interstitielle. Les résultats figurent au tableau 1.

Dans le texte où les mesures ont été reprises, il n'y a malheureusement pas de description précise des propriétés du sol. Nous savons seulement qu'entre 0·0 et 15 pieds, il y avait

Tableau 1

Point	*Surcharge p* (ft. d'eau)						$\frac{\sum_1^n p}{n}$ (ft. d'eau)
	1	2	3	4	5	6	
Pression totale sur le fond	8·0	4·0	2·0	2·0	— 16·0	16·0	8·00
A 2	5·6	3·5	1·8	1·5	— 11·8	+ 13·3	6·25
A 3	5·1	3·5	1·6	1·5	— 10·5	+ 12·1	5·72
A 6	3·2	3·0	2·2	1·8	— 7·1	+ 9·2	4·42
C 2	3·4	1·3	1·0	1·3	— 8·3	+ 8·8	4·02
C 3	3·1	3·6	1·3	1·2	— 4·7	+ 5·9	3·30
C 5	2·1	2·3	1·4	0·8	— 4·1	+ 5·0	2·62

des «brown clay and soft blue clay» et qu'entre 15 et 90 pieds se trouvait de la «grey laminated sandy clay».

En comparant ce sous-sol à l'espace élastique à trois phases, nous sommes à même de calculer, pour les points mesurés, les isobares et leurs points d'intersection avec l'axe z.

Comme les différences de la pression interstitielle entre les isobares sont toujours égales, sur la Fig. suivante (No 14), nous considérons à la place des points $A2$ à $C5$ les points d'intersection correspondants des isobares avec l'axe z. C'est pour ces points d'intersection que les valeurs moyennes de toutes les variations mentionnées (en mesure absolue) sont désignées. Au surplus, la Fig. 14 est complétée encore par la ligne de la variation des contraintes verticales totales $\Delta\sigma_z$ sur l'axe z pour le cas de la valeur moyenne de la charge (en mesure absolue $q = 8{\cdot}0$ feet of water). A partir de l'évolution de cette ligne et à partir des valeurs mesurées nous pouvons juger en nous basant sur les déductions indiquées ci-dessus que la Fig. 14 confirme la légitimité de l'introduction de l'espace élastique semi-indéfini à trois phases à l'application aux sols cohérents.

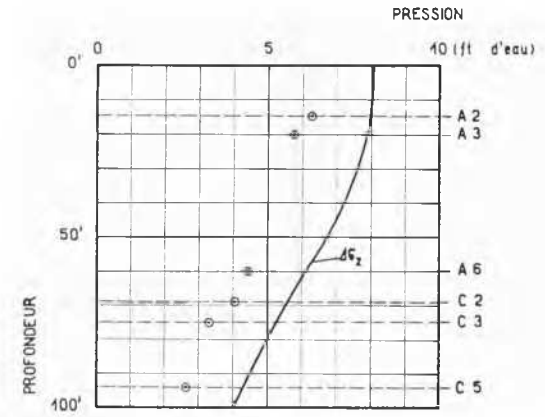


Fig. 14 Interprétation des résultats par la théorie de l'espace élastique semi-indéfini à trois phases.
Evaluation of Cooling's measurement by means of three-phase elastic semi-infinite mass.

7. Conclusion

Dans la présente communication nous avons envisagé l'espace élastique semi-indéfini à trois phases et nous avons montré ses applications essentielles, dans la mécanique des sols. Etant donné l'espace limité réservé à la communication, nous n'avons pas pu indiquer d'autres applications. Nous le ferons donc ultérieurement dans nos études suivantes.

L'auteur serait très reconnaissant de recevoir des résultats de mesure sur le terrain lui permettant de vérifier la théorie présentée.

Références

[1] COOLING, L. F. (1955). The measurement of pore water pressure and its application to some engineering soil problems. Rilem, *Symposium sur l'observation des ouvrages*, Vol. II, Lisabon 1955.

[2] FLORIN, B. A. (1948). Théorie de la consolidation (en russe), Strojizdat, Moscow.

[3] GLYNN, D. F. (1948). Application of triaxial compression tests to stability analyses of rolled-fill earth dams. *Proceedings 2nd Int. Conf. Soil Mech. Found. Eng.*, Vol. III, Rotterdam.

[4] KARAFIATH, L. (1955). Einfluss der Verfestigung und der Zeitdauer der Lastaufbringung auf die Grenzbelastung des Baugrundes, Gedenkbuch für Prof. Dr. J. Jáky, Budapest.

[5] LE MOIGNE, G. (1957-1958). La détermination des pressions interstitielles dans les barrages en terre, *Travaux*, Nos 278, 280 et 281 (décembre 1957, février, mars 1958).

[6] PRUŠKA, L. (1959). Pórový tlak v zeminách. *Závěrečná zpráva Útaměsav*, Praha. (Pression interstitielle dans les terres. Communication interne).

[7] RENDULIC, L. (1937). Ein Grundgesetz der Tonmechanik und sein experimentaler Beweis, *Der Bauingenieur 8*, H. 31/32.

[8] TERZAGHI, K. et PECK, R. B. (1948). Soil Mechanics in Engineering Practice, New York.

[9] SKEMPTON, A. W. (1954). The pore-pressure coefficients A and B, *Géotechnique 4*, 4, 143.