

INTERNATIONAL SOCIETY FOR SOIL MECHANICS AND GEOTECHNICAL ENGINEERING



This paper was downloaded from the Online Library of the International Society for Soil Mechanics and Geotechnical Engineering (ISSMGE). The library is available here:

<https://www.issmge.org/publications/online-library>

This is an open-access database that archives thousands of papers published under the Auspices of the ISSMGE and maintained by the Innovation and Development Committee of ISSMGE.

Détermination de la hauteur des semelles de sable sur sols tendres

Determination of the Height of Sand Cushions on Soft Soils

par E. TOCHKOV, Ingénieur civil, Institut Scientifique du Bâtiment, Sofia, Bulgarie

Sommaire

L'effet mécanique favorable des semelles de sable lors de la construction sur sol tendre est considéré. Les conclusions analytiques sont appuyées par des recherches photoélastiques sur modèle dans un espace élastique anisotrope.

On détermine le foyer des zones plastiques dans la couche tendre, et des formules sont données pour la détermination de la hauteur des semelles de sable sous des fondations continues et carrées.

I. Généralités

Pour fonder une construction sur sols tendres argileux, limoneux ou tourbeux, on interpose très souvent, en Bulgarie, une couche de sable, appelée ici semelle de sable, entre la fondation et le sol. Il serait en effet inadmissible d'établir les fondations directement sur de pareils terrains à cause du danger effectif qui existe d'une destruction de la structure même du sol engendrant des tassements, qui seraient catastrophiques pour les constructions. La pose d'une couche de sable compactée sous une fondation raide en béton nous permet de construire sur le terrain d'assise tendre, et ceci est prouvé depuis longtemps. En Bulgarie ce procédé de fondation a donné jusqu'à présent de bons résultats et dans beaucoup de cas il s'est imposé grâce à sa simplicité et son coût peu élevé.

Bien que les semelles de sable soient utilisées depuis plus de trente années, les explications de leur effet favorable que l'on trouve dans la littérature sont incomplètes. Elles sont basées surtout sur l'action hydraulique de la couche de sable qui, en sa qualité de filtre inverse, aide à la diminution de la pression interstitielle qui se produit dans le sol argileux tendre lors d'un chargement rapide.

C'est pourquoi nous nous sommes efforcés de donner une solution plus argumentée de ce problème en procédant à des recherches photoélastiques sur modèle réduit. La semelle de sable a été reproduite dans le modèle par du loess sec, finement malaxé, et la couche argileuse tendre par de la gélatine à grande sensibilité optique. Le rapport entre le module de déformation du loess et celui de la gélatine est d'environ 13, ce qui est suffisamment près des conditions réelles.

II. Résultats des recherches sur modèles réduits pour le problème bidimensionnel

On a procédé à six différents essais en faisant des prises de vues des lignes isochromatiques et isoclines et notamment lors de :

$$\frac{h_s}{2B} = 0; 0,25; 0,40; 0,50; 0,75; 0,85$$

Summary

The strengthening effect of sand cushions in soft subsoil is considered. Analytical calculations have been checked by photoelastic model tests under elastic conditions.

The centre of plastic zones in a soft subsoil is determined, and formulae are given for calculating the height of sand cushions under strip and square foundations respectively.

où h_s = hauteur de la semelle de sable
 $2B$ = largeur de la fondation raide (poinçon).

Les Fig. 1 et 2 montrent les prises de vues des isochromatiques de deux de ces essais.

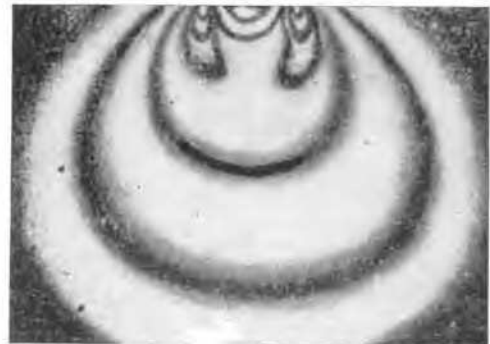


Fig. 1 Fondation raide sur base élastique ; $h_s = 0$. Image isochromatique.

Rigid foundation on an elastic base ; $h_s = 0$.
 Photoelastic pattern.

Nous donnons brièvement les résultats généralisés de ces essais :

(1) La Fig. 1 confirme le fait déjà connu, que lors du chargement direct d'un milieu tendre élastique par une fondation raide on obtient le long de la surface de contact un diagramme de charge en forme de selle. Celui-ci conduit à la formation de grandes zones plastiques sous les bords des fondations qui sont catastrophiques pour les sols tendres même lors de chargements moyens :

$$p_o = \frac{P}{2B} \text{ (Fig. 3) relativement bas.}$$

(2) En introduisant une semelle de sable d'une hauteur

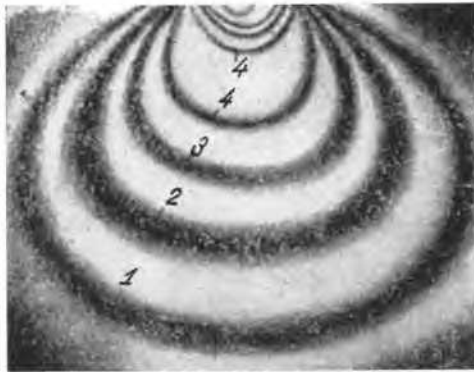


Fig. 2 Image isochromatique lors de la pose d'une fondation raide sur semelle de sable.
 $h_s = 0,40 \cdot 2B$.

Photoelastic pattern beneath a rigid foundation laid on a sand cushion.

de $h_s > 0,20 \cdot 2B$ le diagramme de charge dans les surfaces de contact entre les deux couches accuse un changement qualitatif (Fig. 2).

Le diagramme n'a plus la forme de selle, mais prend l'aspect d'une cloche. Ce diagramme est beaucoup plus favorable en ce qui concerne la résistance de la couche tendre. Le foyer des zones plastiques se déplace des bords vers le centre et ceci à une certaine profondeur du sol.

(3) Le calcul des lignes isochromatiques et isoclines dans les cas $h_s > 0,20 \cdot 2B$ nous a permis de généraliser le diagramme de charge sur la couche tendre par l'expression simple suivante :

$$P_{\eta} = P_{\max} \frac{1 - \eta^2}{1 + \eta^2} \quad (1)$$

où $\eta = \frac{x'}{B'}$ conformément à la figure 3.

P_{\max} est déterminé par l'égalisation des forces verticales

$$P_0 \cdot 2B = 2 \cdot P_{\max} \int_0^{B'} \frac{1 - \left(\frac{x'}{B'}\right)^2}{1 + \left(\frac{x'}{B'}\right)^2} dx' \quad (2)$$

En intégrant (2) nous arrivons à la formule pour P_{\max}

$$P_{\max} = \frac{P_0 \cdot B}{\left(\frac{\pi}{2} - 1\right) \left(B + \operatorname{tg} \theta \cdot h_s\right)} \quad (3)$$

L'analyse des différents cas démontre qu'en dehors de l'angle de répartition $\theta = 45^\circ$ ne sont transmises sur la couche argileuse que des tensions insignifiantes. Partant de ce fait et en nous basant sur les recherches expérimentales d'autres auteurs sur des problèmes analogues, nous estimons que la largeur de la semelle de sable doit être au maximum

$$2B' = 2(B + h_s) \quad (4)$$

Par conséquent $\operatorname{tg} \theta = 1$.

L'application des formules ci-dessus est faite sous ces conditions.



Fig. 3 Répartition des pressions sur la surface de contact entre le sable et le sol argileux tendre.
 $h_s > 0,20 \cdot 2B$.

Stress distribution along the contact zone between sand and soft soil.

III. Détermination des tensions et de la hauteur des semelles de sable sous des fondations continues

(Problème bidimensionnel $h_s > 0,20 \cdot 2B$)

Après avoir établi le mode de chargement, nous pouvons évaluer les tensions (Fig. 3) sur un point quelconque du sol tendre. Les expressions des tensions engendrées par une charge différentielle unitaire continue $-P_{\eta} \cdot dx'$ pour un point arbitraire $c(x, z)$ sont connues de la théorie du semi-espace élastique

Par exemple :

$$d\sigma_z = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{z^3 \cdot P_{\eta} \cdot dx'}{[(x - x')^2 + z^2]^2} \quad (5)$$

Ou bien pour la tension verticale normale σ_z on obtient l'expression intégrale suivante :

$$\sigma_z = \frac{2}{\pi} \cdot P_{\max} \cdot \beta^3 \int_0^1 \frac{1 - \eta^2}{1 + \eta^2} \cdot \frac{d\eta}{[(\alpha - \eta)^2 + \beta^2]^2} \quad \dots \quad (6)$$

où :

$$\eta = \frac{x'}{B'}; \alpha = \frac{x}{B'}; \beta = \frac{z}{B'}$$

sont des coordonnées relatives.

Pour être plus brefs nous ne donnons que la formule définitive pour σ_z :

$$\begin{aligned} \sigma_z = & \frac{2 \cdot \beta^3 \cdot P_{\max}}{\pi} \cdot \frac{\pi}{|D_o|^2} \cdot \left[(C-2) - 4\alpha^2 \right] \cdot \left[- \frac{4\alpha(C-2)}{D_o^2} \ln \frac{C-2\alpha}{C+2\alpha} + \right. \\ & \left. + \frac{1}{(C-4\alpha^2)D_o} \left[- \frac{1}{\beta^2} \cdot C(C-2)(C-2\alpha^2) + 8\alpha^2 \right] + \right. \\ & \left. + \left[4\alpha^2 + (C-2)(3\alpha^2 - \beta^2 + 1) \right] \cdot E_o - \frac{C(C-2)}{2\beta^3 \cdot D_o} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{2\beta}{C-2\alpha} \right] \quad (7) \end{aligned}$$

où

$$C = \alpha^2 + \beta^2 + 1; D_o = 4\alpha^2 + (C-2)^2;$$

$$E_o = \frac{2}{\beta \cdot D_o^2} \cdot \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{2\beta}{C-2}$$

On voit que :

$$\text{pour } \beta = 0; |\alpha| \leq 1; \sigma_z = P_{\max} \frac{1 - \alpha^2}{1 + \alpha^2}$$

$$\text{pour } \beta = 0; |\alpha| \geq 1; \sigma_z = 0$$

L'expression qui pour $\beta = 0; |\alpha| \geq 1$ annule les tensions est $\frac{1}{\pi} \cdot \arctg \frac{2\beta}{\alpha^2 + \beta^2 - 1}$. Il est évident que même pour un diagramme simple de charge (formule 1) les expressions des tensions sont assez compliquées. Pour évaluer la hauteur de la semelle de sable il est nécessaire de déterminer le point de la couche tendre, qui sera le premier à passer dans un état plastique, c'est-à-dire de trouver le foyer des zones plastiques. Il est impossible de chercher ce foyer par voie mathématique et ceci non seulement à cause de l'aspect compliqué des expressions des tensions. La couche argileuse possède une cohésion c et un angle de résistance au cisaillement φ , ce qui signifie, que la résistance au cisaillement dans chaque point dépend en même temps de la charge extérieure et géologique, et du rapport entre c et $\text{tg } \varphi$. Dans la mesure où le sol tendre est un corps cohérent, il est important d'établir le point de la plus grande tension de cisaillement absolue, c'est-à-dire :

$$\max \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \quad (8)$$

Comme le point faible possède aussi un angle de résistance au cisaillement φ , il est décisif de chercher un point tel que l'expression

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2 + 2\gamma z} \quad (9)$$

acquière une valeur extrême. γ est la densité apparente de la couche considérée. Au moyen d'une analyse détaillée des expressions (8) et (9) pour les différents points du sol tendre et pour les divers rapports entre c et $\text{tg } \varphi$, qu'on rencontre en pratique, nous avons établi que le foyer des zones plastiques se trouve au point C, de coordonnées relatives $\alpha = 0$ et $\beta = 0,60$. Si en ce point nous satisfaisons à la condition de O. Mohr, nous pouvons en déduire la hauteur nécessaire de la semelle de sable

$$h_s = \sqrt{K_0^2 + K_1} - (K_0 + B)$$

$$\text{quand } K_0 = \frac{0,835(H + \gamma_1 D)}{\gamma} + \frac{0,416 \cdot \gamma_1 D (0,56 - 1,32 \sin \varphi)}{\gamma \sin \varphi} \quad \dots \quad (10)$$

$$K_1 = \frac{0,835 \cdot P_o \cdot B}{\gamma \cdot \sin \varphi} (1,07 - 1,59 \sin \varphi)$$

Les notations non utilisées jusqu'à présent signifient :

$H = c \cotg \varphi$ — résistance à la traction complète de la couche argileuse tendre,

$D =$ profondeur de fondation, mesurée jusqu'à la surface inférieure de la semelle de sable,

$\gamma_1 =$ densité apparente moyenne du sol situé au-dessus de la couche argileuse tendre.

IV. Hauteur de la semelle de sable sous des fondations isolées carrées et circulaires

Dans ce cas la répartition tridimensionnelle des tensions est un fait incontestable, dont l'influence ne peut être ignorée. Puisqu'il n'est pas encore possible de procéder à des études photoélastiques tridimensionnelles avec de la gélatine, nous avons eu recours à certains points de départ principaux du problème bidimensionnel.

Ces points de départ sont :

(a) Le chargement du sol tendre est analogue à celui de la formule (1)

$$\text{où } \eta = \frac{r}{R'} \quad (\text{voir Fig. 4})$$

$R' = R_o + h_s$ — pour fondations circulaires, où R_o est le rayon de la fondation,

$R' = 1,12(B + h_s)$ — pour fondations carrées,

$r =$ rayon variable dans le plan xy .

(b) Le foyer des zones plastiques apparaît dans l'axe Z. Ceci facilite extrêmement le problème, puisque la recherche des tensions pour des points arbitraires $c(x,y,z)$ comporte un immense travail de calculs mathématiques.

On connaît les expressions pour les tensions normales dans les points de l'axe Z sous l'action d'une charge plane différentielle extérieure $-P_{\eta} \cdot dF$. Par exemple pour $d\sigma_z$ nous avons (Fig. 4) :

$$d\sigma_z = \frac{3}{2\pi} \cdot \frac{z^3 \cdot P_{\eta} \cdot dF}{R^5} \quad (11)$$

Mais dans la Fig. 4 nous voyons que

$$\left. \begin{aligned} dF &= r \cdot dr \cdot d\psi \cdot \\ R^2 &= r^2 + z^2 \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

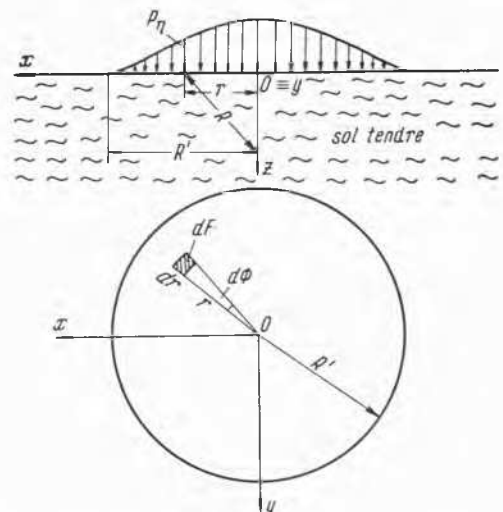


Fig. 4 Chargement à axe de révolution en forme de cloche sur le semi-espace élastique.
Bell-shaped load distribution with a symmetrical axis upon an elastic base.

L'intégration de (11) en prenant en considération (1) et (12) nous donne quand

$$\sigma_z(x=0; y=0) = \frac{3}{2\pi} \cdot z^3 \cdot P_{\max} \cdot \int_0^{2\pi} d\psi \cdot \int_0^{R'} \frac{1 - \left(\frac{r}{R'}\right)^2}{1 + \left(\frac{r}{R'}\right)^2} \cdot \frac{r \cdot dr}{(r^2 + z^2)^{5/2}} \dots (13)$$

Après avoir passé aux coordonnées relatives $z = \beta R'$, $r = \eta R'$ nous obtenons

$$\sigma_z(x=0; y=0) = 3P_{\max} \beta^3 \int_0^1 \frac{1 - \eta^2}{1 + \eta^2} \cdot \frac{\eta \cdot d\eta}{(\eta^2 + \beta^2)^{5/2}} \quad (24)$$

Sans nous arrêter sur les calculs d'intégration, nous ne donnons que l'expression définitive pour σ_z sur l'axe Z.

$$\sigma_z(x=0; y=0) = \frac{3 \cdot P_{\max}}{1 - \beta^2} \left\{ \frac{1 + \beta^2}{3} \cdot (1 - f_0^3) - \frac{2\beta^2}{1 - \beta^2} (1 - f_0) + \frac{2\beta^3}{(1 - \beta^2)^{3/2}} \left[\arctg \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{\beta} - \arctg \sqrt{\frac{1 - \beta^2}{1 + \beta^2}} \right] \right\} \dots (15)$$

$$f_0 = \frac{\beta}{\sqrt{1 + \beta^2}}$$

Nous avons également déterminé la position du foyer des zones plastiques à l'aide d'une analyse détaillée des expressions (8) et (9), Il a été trouvé que ce point se trouve placé un peu plus haut que lors du problème bidimensionnel, et notamment :

$$Z_1 = 0.50 \cdot R'$$

Dans ce cas l'évaluation de h_s est plus compliquée. En procédant à de nombreuses comparaisons, nous avons pu déterminer les rapports des hauteurs nécessaires h_s pour les cas tri et bidimensionnels, toutes les autres conditions demeurant les mêmes. Ce rapport varie dans les limites 0.52 — 0.60. Nous avons adopté 0,60 avec une certaine marge de sécurité. Par conséquent la formule (12) qui est plus simple, peut être aussi appliquée au calcul de la hauteur de la semelle de sable sous des fondations carrées en multipliant par 0,60 le résultat obtenu.