

# INTERNATIONAL SOCIETY FOR SOIL MECHANICS AND GEOTECHNICAL ENGINEERING



*This paper was downloaded from the Online Library of the International Society for Soil Mechanics and Geotechnical Engineering (ISSMGE). The library is available here:*

<https://www.issmge.org/publications/online-library>

*This is an open-access database that archives thousands of papers published under the Auspices of the ISSMGE and maintained by the Innovation and Development Committee of ISSMGE.*

# Définition des coefficients de sécurité au glissement de talus à partir des sollicitations provoquant la rupture

## Definition of the Factor of Safety against Slope-Sliding Starting from the Charges Provoking Rupture

par E. E. de BEER, Dr. ir, Professeur aux Universités de Gand et de Louvain, directeur de l'Institut Géotechnique de l'État, Gand, Belgique,

et

E. LOUSBERG, Ingénieur à l'Institut Géotechnique de l'État, Gand, Belgique

### Sommaire

De nombreuses définitions dites "classiques" ont été données du coefficient de sécurité au glissement des talus que ce soit à partir des caractéristiques mécaniques du sol (angle de frottement et cohésion) ou encore à partir des contraintes de cisaillement le long de la surface de glissement envisagée.

Dans le but de pallier, dans une certaine mesure, les imprécisions inhérentes à ces méthodes "classiques", les auteurs de la présente contribution proposent une définition de coefficients de sécurité à partir des sollicitations qui provoquent la rupture.

Deux coefficients de sécurité "à la rupture" peuvent être définis d'après la manière suivant laquelle la rupture peut être provoquée :

— le premier basé sur un accroissement fictif de la résultante des sollicitations, sans modification de sa ligne d'action ;

— le deuxième sur un ripage fictif de cette résultante parallèlement à elle-même sans modification de sa grandeur.

Les coefficients de sécurité ainsi définis pour les calculs d'équilibre des talus s'apparentent à ceux pris en considération dans les méthodes de calcul à la rupture en résistance des matériaux.

### Introduction

Il n'y a pas de définition unique du coefficient de sécurité au glissement d'un talus. De nombreuses définitions ont été données par divers auteurs dont la plus courante est le coefficient par lequel il faut diviser les caractéristiques de cisaillement du sol constituant un talus pour que celui-ci soit à la limite de l'équilibre. Si la recherche d'un coefficient de sécurité ainsi défini est assez rapide notamment par l'usage des diagrammes de Taylor, il convient néanmoins de faire remarquer que ce coefficient ne tient aucun compte de la précision avec laquelle l'angle de frottement et la cohésion ont été déterminés ni de l'influence sur la stabilité d'une surcharge éventuelle apportée sur le talus. Notons aussi que certaines définitions du coefficient de sécurité au glissement n'ont aucune signification physique.

Dans le but de pallier, partiellement au moins, ces inconvénients, les auteurs de la présente contribution proposent des coefficients de sécurité définis à partir des forces "extérieures" qui agissent sur la masse de terre située au-dessus d'une surface potentielle de glissement.

### Coefficients de sécurité « classiques »

Avant de donner la définition des coefficients de sécurité dits "à la rupture" il est utile de redonner la définition des

### Summary

Numerous so called "classic" definitions of the factor of safety against slope-sliding have been, some of them using the mechanical properties of soil, others taking into account the shear stresses along the sliding surface considered.

The authors define a factor of safety based on the loads which cause failure, claiming thereby to eliminate the inaccuracy of classical methods.

Two factors of safety "at rupture" can be defined in relation to the cause of failure :

— the first is based on a assumed increment of the resultant of the loads, without changing the line of action ;

— the second is based on an assumed displacement of this resultant parallel to itself without changing its value.

coefficients de sécurité dits « classiques » obtenus par exemple par la méthode du cercle de frottement. Les caractéristiques de cisaillement du sol sont la cohésion  $c$  et l'angle de frottement  $\varphi$  ; on définit les coefficients de sécurité "classiques"  $s_c$  et  $s_\varphi$  comme suit :

$$s_c = \frac{c}{c_b} \quad \text{et} \quad s_\varphi = \frac{\text{tg } \varphi}{\text{tg } \varphi_b} \quad (1)$$

$c_b$ , resp.  $\varphi_b$  étant la cohésion resp. l'angle de frottement nécessaires le long d'une surface potentielle de glissement pour que la masse de terre située au-dessus de cette surface soit à la limite de l'équilibre. Les coefficients  $s_c$  et  $s_\varphi$  ne sont pas indépendants mais sont liés entre eux : si l'on se fixe par exemple a priori la valeur de  $s_c$ , la méthode du cercle de frottement permettra de déduire la valeur de  $s_\varphi$ . La Fig. 1 montre comment ces valeurs de  $s_c$  et de  $s_\varphi$  sont liées.

Un point  $N$  quelconque de la courbe  $\Gamma$  (Fig. 1) montre que la stabilité au glissement de la masse de terre située au-dessus de la surface potentielle de glissement est assurée avec un coefficient de sécurité  $s_c$  quant à la cohésion et un coefficient  $s_\varphi$  quant au frottement. Il y a trois points particuliers sur cette courbe  $\Gamma$ . Le point  $N'$  défini par  $s_\varphi = 1$  et  $s_c = s_{c,1}$  c'est-à-dire, compte tenu de (1) :

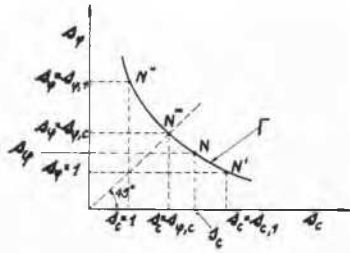


Fig. 1

$$s_{\varphi} = \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\operatorname{tg} \varphi_b} = 1 \quad (2)$$

ou  $\varphi_h = \varphi \quad (3)$

la sécurité au glissement est assurée en mobilisant complètement les réactions de frottement et partiellement la cohésion. Par contre le point  $N''$  défini par  $s_c = 1$  et  $s_{\varphi,1}$  correspond à une mobilisation complète de la cohésion et partielle du frottement ; en effet, d'après (1) :

$$s_c = \frac{c}{c_b} = 1 \quad (4)$$

ou  $c_b = c \quad (5)$

Le plus souvent enfin on exigera une sécurité égale à la cohésion et au frottement ; on écrira :

$$s_c = \frac{c}{c_b} = s_{\varphi} = \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\operatorname{tg} \varphi_b} = s_{\varphi, c} \quad (6)$$

Le point représentatif de cette état se trouve en  $N''$  sur la droite à  $45^\circ$  du diagramme de la Fig. 1.

La Fig. 2 rappelle comment se fait le calcul de vérification de la sécurité d'un talus d'après la méthode du cercle de frottement. Soit le talus  $BAC$  et une surface potentielle circulaire de glissement  $\overline{BMC}$ . Supposons que le pied du talus soit sous eau ( $V'V'$ ) et qu'une nappe phréatique  $V''V''$

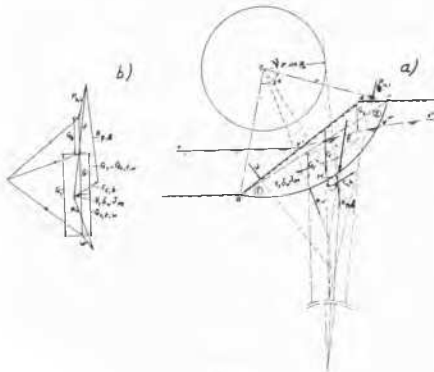


Fig. 2

existe dans le massif de sol. Les diverses forces qui interviennent dans l'équilibre de la masse de terre  $BACMB$  sont :  
 — le poids  $G$  de la masse de terre  $BACMB$  connu en grandeur et en position ;  
 — les forces  $P_{u,i}$  extérieures agissant sur le talus et connues en grandeur et en position ;  
 — le poids  $W$  de l'eau sur le talus  $BV'$  connu en grandeur et en position ;  
 — la réaction  $N_w$  de l'eau le long de l'arc  $BMV''$  connue en grandeur et en position ;  
 — la résultante  $T_{c,b}$  des forces de cohésion nécessaires le long de l'arc  $\overline{BMC}$ . On a :

$$T_{c,b} = \frac{T_c}{s_c} \quad \dots \quad (7)$$

et  $T_c = c \cdot 2r \sin \alpha \quad \dots \quad (8)$

La ligne d'action de cette force  $T_{c,b}$  est parallèle à la corde  $BC$  et est située à la distance  $\overline{OL}$  :

$$\overline{OL} = \nu_0 r = \frac{\alpha}{\sin \alpha} r \quad \dots \quad (9)$$

— la résultante  $R_{\varphi,x}$  des forces de frottement nécessaires le long de l'arc  $BMC$ . La force  $R_{\varphi,x}$  est tangente au cercle de frottement "modifié"  $\nu r \sin \varphi_b$ . La position exacte et la grandeur de cette force sont déterminées par la fermeture du diagramme des forces représenté à la Fig. 2-b.

La définition des coefficients de sécurité à la "rupture" nécessite un examen plus détaillé des forces représentées à la Fig. 2. La masse de terre  $BACMB$  peut se décomposer en deux parties ; la première située au-dessus de la nappe phréatique dont le poids vaut  $G_2$  et la seconde située sous le niveau de la nappe dont le poids vaut  $G_1$ . Ce poids  $G_1$  peut s'écrire :

$$G_1 = G_{1,t,w} + (G_1 - G_{1,t,w}) \quad \dots \quad (10)$$

avec  $G_{1,t,w}$  égal à la somme du poids de l'eau compris dans le volume  $V_1$  de terre et de la portion du poids des grains repris par la pression hydrostatique de l'eau ; et  $(G_1 - G_{1,t,w})$  égal au poids propre des grains après immersion.

Ces deux forces sont reportées au diagramme de la Fig. 2-b. Ce diagramme des forces peut se décomposer en deux autres :

Le premier comprenant l'ensemble des forces agissant sur la phase liquide *e.a.* le poids  $G_{1,t,w}$ , le poids  $W$  et la réaction  $N_w$ . Si l'eau était au repos ces forces s'équilibreraient. Par contre à la Fig. 2-a, l'eau apparaît en mouvement puisqu'il y a écoulement vers le bassin ; il existe un gradient hydraulique moyen  $I_m$  et il en résulte une force  $V_1 \delta_w I_m$  entre l'eau et les grains. Considérée comme réaction de la phase solide sur la phase liquide, elle ferme le diagramme des forces  $G_{1,t,w}$ ,  $W$  et  $N_w$ .

Le deuxième diagramme des forces groupe l'ensemble des forces agissant sur la phase solide c'est-à-dire les forces extérieures  $P_{u,i}$ , les poids  $G_2$  et  $(G_1 - G_{1,t,w})$ , la réaction  $V_1 \delta_w I_m$  de la phase liquide sur la phase solide due à l'existence du gradient hydraulique  $I_m$ , la résultante des forces de cohésion  $T_{c,b}$  et celle des forces de frottement  $R_{\varphi,x}$ . On appelle  $F$  la résultante des forces  $P_{u,i}$ ,  $G_2$ ,  $G_1 - G_{1,t,w}$  et  $V_1 \delta_w I_m$ . Cette force  $F$  qui représente l'ensemble des forces sollicitantes de la phase solide est connue en grandeur et en position et est dessinée à la Fig. 2.

#### Coefficients de sécurité « à la rupture »

Passons à la définition des coefficients de sécurité à la "rupture". On a supposé que le talus  $BACMB$  est en équi-

libre surabondant (Fig. 3); dans ce cas la résultante  $F$  des forces sollicitantes dans la phase solide agissant suivant la ligne d'action  $\mu\mu$  ne suffit pas à mobiliser complètement les résistances de cisaillement le long de la surface  $BMC$  et donc à mettre la masse de sol en mouvement. Pour arriver à la rupture, il y a deux manières de modifier la résultante des forces sollicitantes  $F$  :

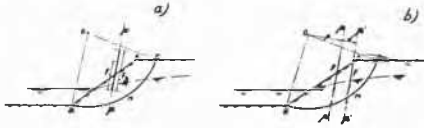


Fig. 3

(a) Soit en augmentant la force  $F$  sans modifier sa ligne d'action jusqu'à mobilisation complète de la cohésion et du frottement le long de  $BMC$  (Fig. 3-a). Soit  $F_0$  cette force qui amène le massif à la limite de l'équilibre.

Un premier coefficient de sécurité  $s_1$  peut être défini comme suit :

$$s_1 = \frac{F_0}{F} \quad \dots (11)$$

(b) Soit en maintenant inchangée la grandeur de la force  $F$  mais en déplaçant sa ligne d'action  $\mu\mu$  parallèlement à elle-même jusqu'à mobilisation complète des résistances de cisaillement le long de  $BMC$ . Soit  $\mu'\mu'$  la nouvelle ligne d'action de  $F$  (Fig. 3-b). Ce déplacement de  $F$  correspond en fait à l'adjonction à cette force d'un moment  $\Delta M_n$ . Si  $d$  est la distance entre  $\mu\mu$  et  $\mu'\mu'$  on aura :

$$\Delta M_n = Fd \quad (12)$$

Au cas où — comme on l'a supposé jusqu'ici — la surface de glissement est circulaire, le centre de rotation coïncide nécessairement avec le centre  $O$  du cercle  $BMC$ . Le moment sollicitant de la résultante  $F$  vaut (Fig. 3-b) :

$$M_n = Fp \quad (13)$$

On peut définir un deuxième coefficient de sécurité  $s_2$  par le rapport :

$$s_2 = \frac{M_n + \Delta M_n}{M_n} \quad (14)$$

ce qui, compte tenu de (12) et (13), s'écrit :

$$s_2 = \frac{Fp + Fd}{Fp} = 1 + \frac{d}{p} \quad \dots (15)$$

Au cas où la surface de glissement n'est pas circulaire (Fig. 4), la définition du coefficient  $s_1$  reste valable tandis qu'il n'est plus possible de définir un coefficient de sécurité  $s_2$  qui ait une signification physique exacte. Il doit en effet exister dans la masse de terre en mouvement plusieurs zones plastiques dans lesquelles existe un état de rupture zonal. La masse de terre ne culbute plus autour d'un centre de rotation instantané mais subit des déformations internes. Il est en ce cas difficile de donner une signification physique au ripage de la résultante  $F$ . Afin de rendre néanmoins possible l'utilisation du coefficient de sécurité  $s_2$  au cas d'une surface de glissement de forme quelconque on peut remplacer cette surface de glissement par une surface circulaire qui se trouve le plus près possible de la surface de glissement réelle. On peut

par exemple (Fig. 4) considérer le cercle de centre  $O'$  passant par les extrémités  $E$  et  $C$  de la surface de glissement. Ce cercle passera par exemple par le point d'intersection  $M$  de la perpendiculaire  $O'O_k$  à la corde  $EC$  en son point milieu  $O_k$  avec la surface de glissement considérée.

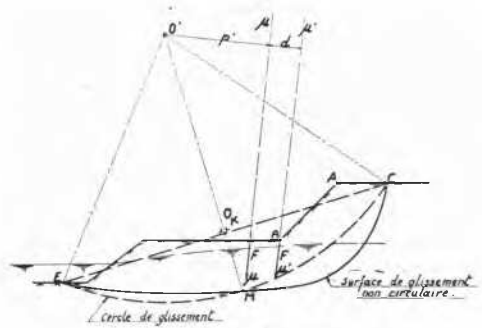


Fig. 4

Par rapport à  $O'$  ainsi défini, on peut considérer le moment  $M'_n$  donné par :

$$M'_n = Fp' \quad (16)$$

et ensuite un coefficient de sécurité  $s_2$  :

$$s_2 = \frac{M'_n + \Delta M_n}{M'_n} = \frac{Fp' + Fd}{Fp'} = 1 + \frac{d}{p'} \quad \dots (17)$$

Le choix du centre  $O'$  du cercle étant arbitraire, il en sera de même de  $p'$  et donc de  $s_2$ . Néanmoins on peut estimer que le mouvement général, sans tenir compte des déformations internes, se produira environ suivant le cercle considéré. De plus, quand la surface de glissement devient circulaire, l'expression (17) se ramène à celle définie en (15).

#### Coefficient de sécurité $s_1$

On peut étudier plus en détail ces deux coefficients de sécurité  $s_1$  et  $s_2$ .

Existe-t-il une relation entre  $s_1$  et les coefficients de sécurité classiques  $s_c$  et  $s_p$  ? Pour ce faire il faut donner les expressions analytiques des forces intervenant dans le diagramme d'équilibre de la Fig. 5 laquelle reprend les données de la Fig. 2. Soit :

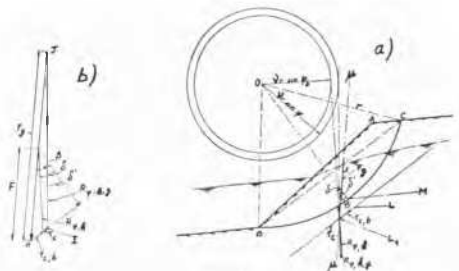


Fig. 5

— la résultante  $F$  dont on connaît la grandeur et dont la position, connue également, est définie par la longueur  $LL_1 = l_1$  et par l'angle  $\beta$  avec la droite  $OL$ ;

— la résultante  $T_{c,b}$  dont la grandeur vaut  $\frac{T_c}{s_c}$  [(formule 8)] et dont la position est définie par  $\overline{OL} = v_0 r$  [(formule (9))];

— la résultante  $R_{\varphi,k}$  dont la position est définie par le fait que sa ligne d'action passe par  $L_1$  et est tangente au cercle de frottement  $v r \sin \varphi$ : sa position est définie par la longueur  $\overline{LL_1} = l_1$  et l'angle  $\delta$  avec  $OL$ .

Par la méthode du cercle de frottement, on peut facilement trouver les grandeurs inconnues: l'angle  $\delta$ , la force  $R_{\varphi,k}$  et un des coefficients  $s_c$  ou  $s_{\varphi}$  (l'autre étant choisi arbitrairement). Les expressions en fonction des grandeurs connues sont (voir Fig. 5) :

$$\operatorname{tg} \delta = \operatorname{tg} \beta - \frac{T_{c,b}}{F \cos \beta} \quad (18)$$

$$v r \sin \varphi = v_0 r \sin \delta - l_1 \cos \delta \quad \dots \quad (19)$$

$$R_{\varphi,k} = F \frac{\cos \beta}{\cos \delta} \quad (20)$$

A la Fig. 5 on peut rechercher la force  $F_g$  agissant suivant la ligne d'action  $\mu\mu$  et qui mobilise totalement la cohésion et le frottement le long de la surface  $\overline{BMC}$ . A cet effet on trace le cercle de frottement modifié  $v r \sin \varphi$  (Fig. 5-a) et par  $L_1$  on trace la tangente à ce cercle: cette tangente est la ligne d'action de la résultante des forces de frottement  $R_{\varphi,k,\sigma}$ . Au diagramme de la Fig. 5-b, on trace  $\overline{HI} = T_c$  et par  $I$  on mène une parallèle à la ligne d'action de  $R_{\varphi,k,\sigma}$  jusqu'en  $J$ . Le diagramme des forces  $JHI$  est ainsi fermé. On peut écrire entre les inconnues  $F_g$ ,  $\delta'$  et  $R_{\varphi,k,\sigma}$  les relations suivantes de même forme que les relations (18), (19) et (20) :

$$\operatorname{tg} \delta' = \operatorname{tg} \beta - \frac{T_c}{F_g \cos \beta} \quad (21)$$

$$v r \sin \varphi = v_0 r \sin \delta' - l_1 \cos \delta' \quad \dots \quad (22)$$

$$R_{\varphi,k,\sigma} = F_g \frac{\cos \beta}{\cos \delta'} \quad (23)$$

Par définition  $s_1 = \frac{F_g}{F}$ . Moyennant (18), (21) et (7) on peut écrire :

$$s_1 = \frac{T_c (\operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} \delta)}{T_{c,b} (\operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} \delta')} = s_c \frac{\operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} \delta}{\operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} \delta'} \quad (24)$$

Si la ligne d'action de  $F$  ne coupe pas le cercle de frottement modifié  $v r \sin \varphi$ , la mobilisation totale du frottement le long de la surface de glissement  $\overline{BMC}$  est possible. Dans ce cas (Fig. 5) :

$$s_{\varphi} = 1 \quad s_c = s_{c,1} \quad \text{et} \quad \delta = \delta' \quad (25)$$

L'expression (24) de  $s_1$  devient alors :

$$s_1 = s_{c,1} \quad (26)$$

D'autre part si la ligne d'action de  $F$  coupe le cercle  $v r \sin \varphi$ , la force  $F_g$  peut devenir aussi grande que l'on veut sans que soit mobilisée totalement les forces de cohésion et de frottement le long de la surface  $\overline{BMC}$  (Fig. 6). On a donc :

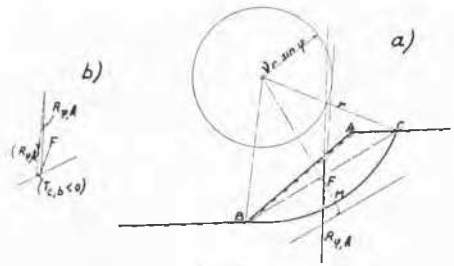


Fig. 6

$$F_g = \infty$$

$$\text{et} \quad s_1 = \frac{F_g}{F} = \infty \quad \dots \quad (27)$$

La mobilisation du frottement latéral ( $s_{\varphi} = 1$ ,  $s_c = s_{c,1}$ ) ne pourrait être totale que si la cohésion pouvait être négative. La plus petite valeur de  $c_b$  physiquement possible étant  $c_b = 0$ , on aura aussi :

$$s_{c,1} = \frac{c}{c_b} = \infty \quad (28)$$

On conclut, moyennant (27) et (28), que la relation (26) :  $s_1 = s_{c,1}$  est tout à fait générale.

### Coefficient de sécurité $s_2$

On se limitera au cas de surfaces de glissement circulaires. Existe-t-il également une relation entre le coefficient  $s_2$  et les coefficients de sécurité classiques  $s_c$ ,  $s_{\varphi}$  et  $s_{\varphi,c}$ . A la Fig. 7 sont reproduites les données de la Fig. 2 ( $F$ ,  $T_{c,b}$  et  $R_{\varphi,k}$ ). Les expressions (18), (19) et (20) restent d'application.

A la Fig. 7, on peut rechercher la ligne d'action  $\mu'\mu'$  de la force  $F$ , déplacée parallèlement à elle-même de telle façon que la cohésion et le frottement latéral soient complètement

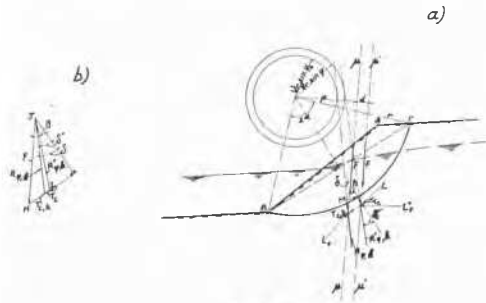


Fig. 7

mobilisés le long de la surface  $\overline{BMC}$ . A cet effet on dessine à la Fig. 7-b  $\overline{JH} = F$  et  $\overline{HI} = T_c$ ; on trace la droite  $IJ$ . La ligne d'action de  $R_{\varphi,k}$  est parallèle à  $IJ$ . On trace le cercle de frottement modifié  $v r \sin \varphi$  (Fig. 7-a) et la tangente à ce cercle parallèle à  $IJ$ ; celle-ci coupe la droite  $LL_1$  en  $L'_1$ . Par ce point on trace la parallèle à  $HJ$  (Fig. 7-b), qui est la

ligne d'action  $\mu'\mu'$  de la force  $F$  ripée. On peut alors écrire entre les inconnues  $\delta''$ ,  $l''_1 = \overline{LL''_1}$  et  $R''_{\varphi,k}$  les relations suivantes qui ont la même forme que les expressions (18), (19) et (20) :

$$\operatorname{tg} \delta'' = \operatorname{tg} \beta - \frac{T_c}{F \cos \beta} \quad (29)$$

$$vr \sin \varphi = v_0 r \sin \delta'' - l''_1 \cos \delta'' \quad (30)$$

$$R''_{\varphi,k} = F \frac{\cos \beta}{\cos \delta''} \quad \dots \quad (31)$$

Par définition  $s_2 = 1 + \frac{d}{p}$ . Or (Fig. 7-a) :

$$d = \overline{L_1 L''_1} \cos \beta$$

et

$$\overline{L_1 L''_1} = l_1 - l''_1$$

d'où :

$$s_2 = 1 + \frac{(l_1 - l''_1) \cos \beta}{p} \quad (32)$$

de (19), resp. (30), on tire :

$$l_1 = \frac{v_0 r \sin \delta - vr \sin \varphi_b}{\cos \delta} \quad (33)$$

$$l''_1 = \frac{v_0 r \sin \delta'' - vr \sin \varphi}{\cos \delta''} \quad (34)$$

ce qui, introduit dans (32), donne :

$$s_2 = 1 + \frac{\cos \beta}{p} \times \left[ \frac{v_0 r \sin \delta - vr \sin \varphi_b}{\cos \delta} - \frac{v_0 r \sin \delta'' - vr \sin \varphi}{\cos \delta''} \right] \quad \dots \quad (35)$$

Au cas où l'on mobilise totalement la cohésion on a  $s_c = 1$ ,  $T_{c,b} = T_c$  et  $s_{\varphi} = s_{\varphi,1}$  ; dans ce cas la Fig. 7-b montre que  $\delta'' = \delta$  et l'expression (35) devient :

$$s_2 = 1 + \frac{vr \cos \beta}{p \cos \delta} (\sin \varphi - \sin \varphi_b) \quad (36)$$

On peut de plus montrer qu'au cas où l'angle de frottement est différent de zéro, le coefficient de sécurité  $s_2$  est légèrement différent du coefficient classique  $s_{\varphi,c}$  défini par la formule (6). On démontre que  $s_2$  est inférieur à  $s_{\varphi,c}$  lorsque ces 2 coefficients sont supérieurs à l'unité et est supérieur à  $s_{\varphi,c}$  lorsque les coefficients sont inférieurs à l'unité.

#### Cas particuliers :

(a) Si la cohésion est nulle on a  $T_c = T_{c,b} = 0$  d'où, d'après la formule (18)  $\delta'' = \beta$ . La Fig. 7-a montre que dans ce cas  $p = vr \sin \varphi_b$  ; d'où la relation (36) devient :

$$s_2 = 1 + \frac{vr}{vr \sin \varphi_b} (\sin \varphi - \sin \varphi_b) = \frac{\sin \varphi}{\sin \varphi_b}$$

Pour un sol sans cohésion le coefficient  $s_2$  est égal au rapport du sinus de l'angle de frottement au sinus de l'angle de frottement nécessaire. Ce rapport a été établi par Terzaghi et est donc un cas particulier du coefficient de sécurité  $s_2$ .

(b) Si l'angle de frottement est nul, on a  $\varphi = \varphi_b = 0$  ; l'expression (35) devient :

$$s_2 = 1 + \frac{v_0 r}{p} \cos \beta (\operatorname{tg} \delta - \operatorname{tg} \delta'') \quad (38)$$

Introduisant (18) et (29) dans (38), on obtient :

$$s_2 = 1 + \frac{v_0 r (T_c - T_{c,b})}{p F} \quad \dots \quad (39)$$

ou encore, moyennant (4) :

$$s_2 = 1 + \frac{v_0 r}{p} \frac{T_{c,b}}{F} (s_c - 1) \quad (40)$$

On a :  $F p = T_{c,b} v_0 r$  d'où :

$$s_2 = s_c = \frac{c}{c_b} \quad (41)$$

Au cas d'un sol sans frottement le coefficient de sécurité  $s_2$  a la même valeur que le coefficient classique  $s_c$ .

#### Examen plus approfondi de la signification des coefficients $s_1$ et $s_2$

Le coefficient  $s_1$  tient compte de charges supplémentaires que l'on peut apporter sur le talus avant de provoquer la rupture. Au cas où il n'y a pas de charges extérieures ( $P_{u,i} = 0$ ) et où les pressions d'eau dues au gradient hydraulique n'existent pas, on peut arriver à une marge de sécurité analogue en multipliant le poids volumétrique du sol par ce coefficient. Or le poids volumétrique du sol est compris entre des limites assez précises : il paraîtrait donc à première vue superflu de considérer le coefficient de sécurité  $s_1$ . A cette objection il sera répondu qu'il ne s'agit nullement d'imposer une marge de sécurité sur les poids volumétriques mais d'examiner la surcharge qui peut être ajoutée suivant une ligne d'action bien déterminée avant que le talus ne glisse.

Le coefficient  $s_2$  tient compte de l'influence des déformations subies par le talus. Les charges sollicitantes sont augmentées et les charges résistantes diminuées : ce qui revient à considérer le talus plus raide que ce qu'il est en réalité. Le coefficient  $s_2$  marque la sensibilité de l'équilibre à d'éventuelles déformations de talus.

Les coefficients de sécurité  $s_1$  et  $s_2$  imposent une marge de sécurité suffisante par rapport à l'influence d'une surcharge possible du talus et par rapport à une déformation de celui-ci. Remarquons que l'on n'applique aucun coefficient de sécurité sur  $c$  et sur  $\varphi$ . La plus ou moins grande précision dans leur détermination résulte d'un autre problème. Les essais de laboratoire qui permettent la détermination de  $c$  et de  $\varphi$  montrent une certaine dispersion, de sorte que la valeur à adopter en partant d'un nombre plus ou moins grand d'essais relève de considérations statistiques. Au vu de la plus ou moins grande homogénéité des couches, de leur isotropie, il est possible, en s'appuyant sur des lois statistiques, de choisir des valeurs de  $c$  et de  $\varphi$  situées du côté de la sécurité. Ce choix qui revêt d'ailleurs une grande importance n'a rien à voir avec les coefficients de sécurité définis ci-dessus.

#### Exemple numérique

A la Fig. 8 on a représenté le calcul des coefficients de sécurité "classiques"  $s_c$ ,  $s_{\varphi}$  et  $s_{\varphi,c}$  et à la "rupture"  $s_1$  et  $s_2$  correspondant à une surface de glissement possible (caractérisée par  $\theta = 30^\circ$  et  $2\alpha = 79^\circ$  — Fig. 8-a) dans un talus

de hauteur  $H = 10$  m et d'inclinaison  $i = 35^\circ$  constitué d'un sol homogène dont les caractéristiques sont :

- poids volumétrique sec  $\gamma_d = 1,6$  t/m<sup>3</sup>
- poids volumétrique  $\gamma_n = 2$  t/m<sup>3</sup>
- cohésion  $c = 1$  t/m<sup>2</sup>
- angle de frottement  $\varphi = 20^\circ$

La détermination a été faite dans 5 hypothèses différentes concernant la présence d'eau et ou l'existence d'une nappe phréatique :

(a) Talus complètement desséché (pas de nappe phréatique, poids volumétrique  $\gamma_d = 1,6$  t/m<sup>3</sup>). Fig. 8-b;

(b) Talus humide (pas de nappe phréatique, poids volumétrique  $\gamma_n = 2$  t/m<sup>3</sup>). Fig. 8-c;

(c) Talus complètement noyé (nappe phréatique  $\alpha\alpha$  de la Fig. 8-a, poids volumétrique  $\gamma_n = 2$  t/m<sup>3</sup>). Fig. 8-d;

(d) Talus partiellement submergé (nappe phréatique  $\beta\beta$  de la Fig. 8-a, poids volumétrique  $\gamma_d = 1,6$  t/m<sup>3</sup> resp.  $\gamma_n = 2$  t/m<sup>3</sup> au-dessus resp. en dessous de la nappe). Fig. 8-e;

(e) Cas identique au cas (d) mais après vidange brusque du bassin (nappe phréatique  $\gamma\gamma$  de la Fig. 8-a). Fig. 8-f.

Le tableau suivant donne les valeurs des coefficients de sécurité obtenus.

Tableau 1

Coefficients de sécurité ↓		Pas de nappe phréatique		Nappe phréatique		
		talus sec $\gamma_d = 1,6$ t/m <sup>3</sup> Fig. 8-b	talus humide $\gamma_n = 2$ t/m <sup>3</sup> Fig. 8-c	en $\alpha\alpha$	en $\beta\beta$	en $\gamma\gamma$
				talus submergé $\gamma_n = 2$ t/m <sup>3</sup> Fig. 8-d	talus partiellement submergé $\gamma_d$ et $\gamma_n$ Fig. 8-e	vidange brusque $\gamma_d$ et $\gamma_n$ Fig. 8-f
Classiques	$s_c = s_{c,1}$ ( $s_\varphi = 1$ )	2,06	1,67	3,35	1,17	0,69
	$s_c = s_\varphi = s_{\varphi,c}$	1,24	1,14	1,52	1,07	0,81
	$s_\varphi = s_{\varphi,1}$ ( $s_c = 1$ )	1,44	1,23	3,04	1,13	0,70
A la rupture	$s_1$	2,06	1,67	3,35	1,17	0,69
	$s_2$	1,22	1,13	1,48	1,06	0,85

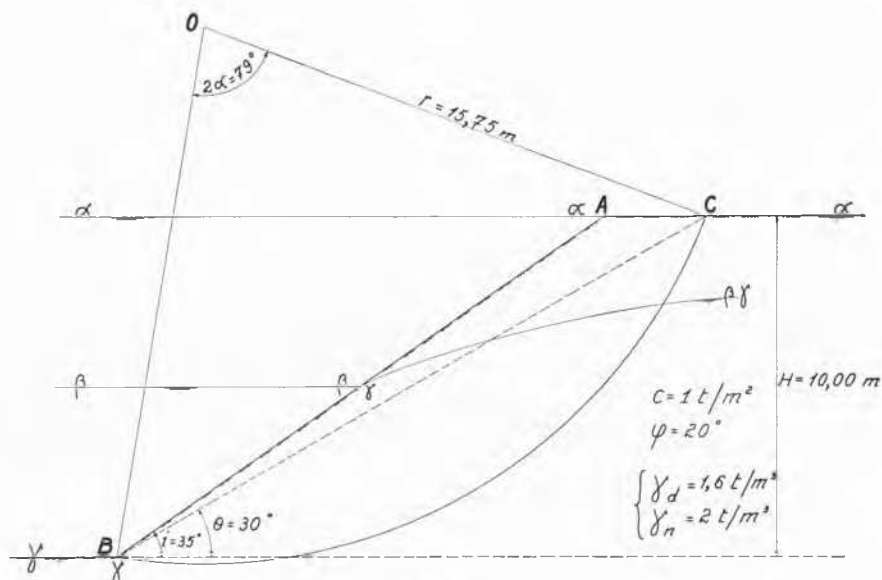


Fig. 8 a

Echelle des Forces  $\longrightarrow 10t$

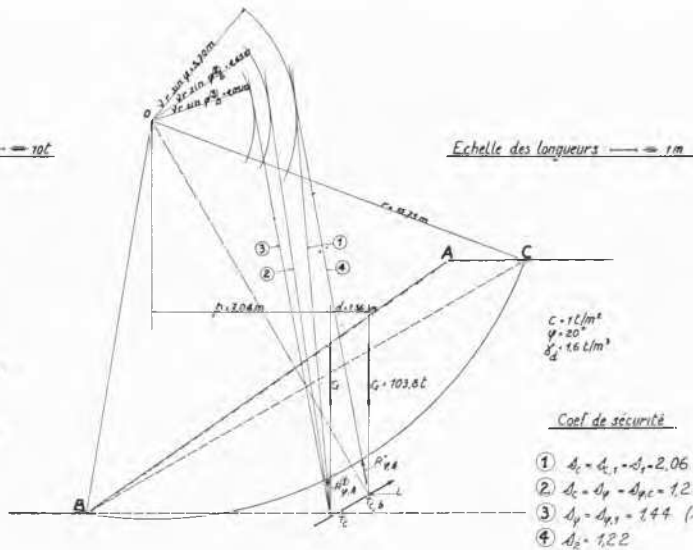
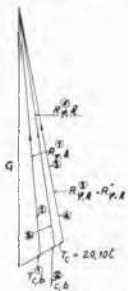


Fig. 8 b

Echelle des forces :  $\longrightarrow 10t$

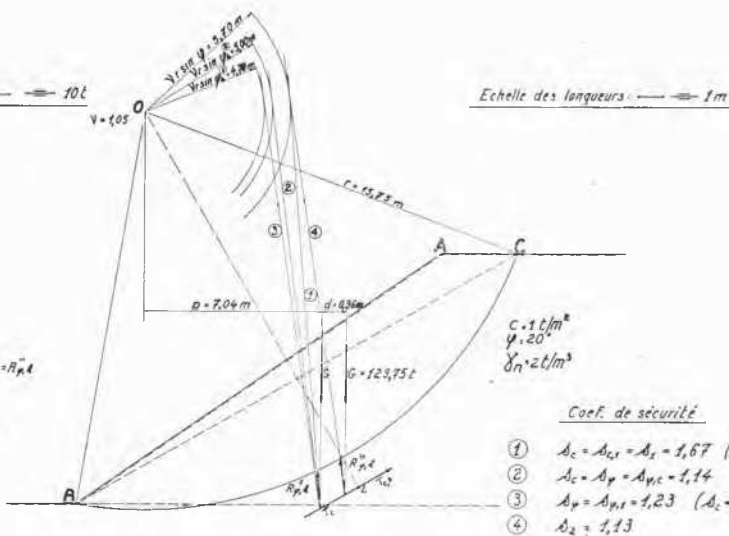
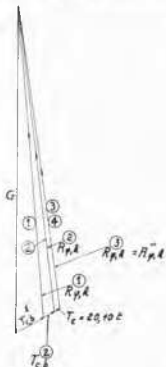
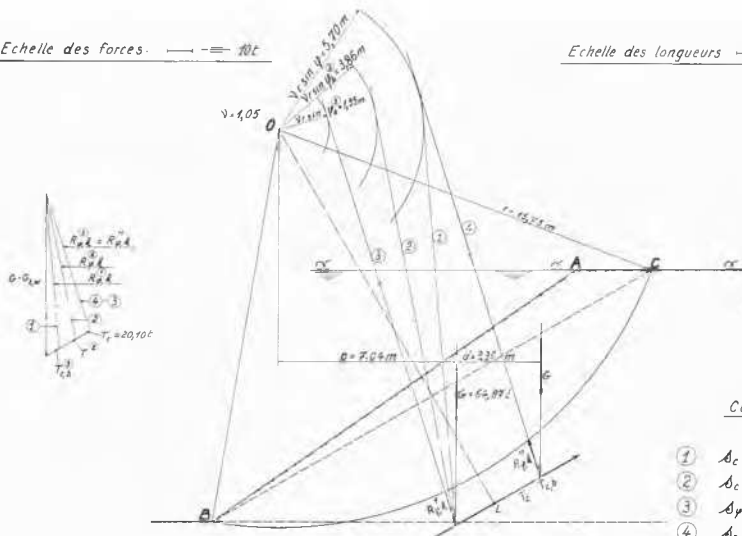


Fig. 8 c



Echelle des forces —  $\Rightarrow$  10t

Echelle des longueurs —  $\Rightarrow$  1m



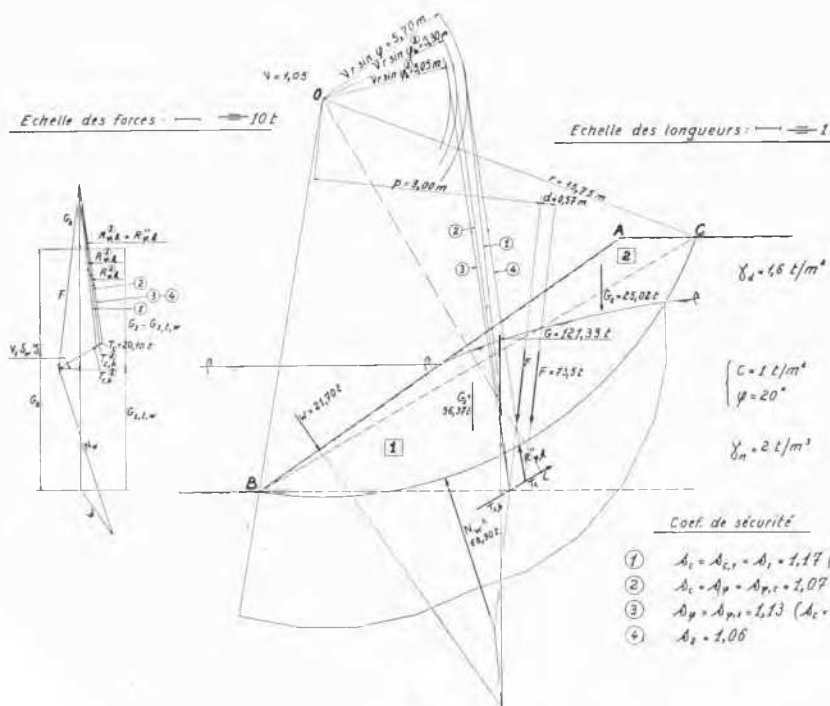
Coef. de sécurité

- ①  $A_c = A_{c,1} = A_s = 3,35$  ( $A_p = 1$ )
- ②  $A_c = A_p = A_{p,c} = 3,52$
- ③  $A_p = A_{p,2} = 3,04$  ( $A_c = 1$ )
- ④  $A_s = 1,48$

Fig. 8 d

Echelle des forces —  $\Rightarrow$  10t

Echelle des longueurs —  $\Rightarrow$  1m



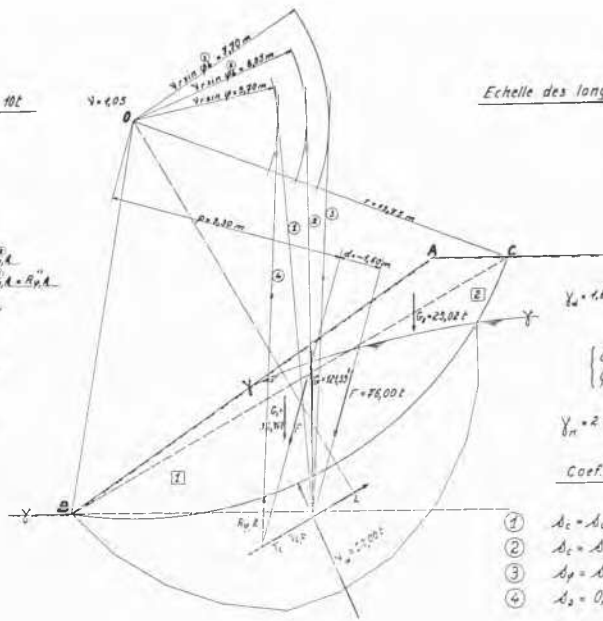
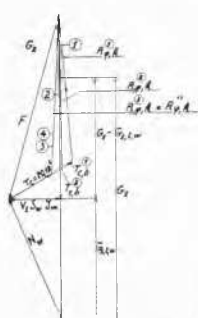
Coef. de sécurité

- ①  $A_c = A_{c,1} = A_s = 1,17$  ( $A_p = 1$ )
- ②  $A_c = A_p = A_{p,c} = 1,07$
- ③  $A_p = A_{p,1} = 1,13$  ( $A_c = 1$ )
- ④  $A_s = 1,08$

Fig. 8 e

Echelle des forces :  $\rightarrow \rightarrow 10t$

Echelle des longueurs :  $\rightarrow \rightarrow 1m$



$V_d = 1.6t/m^2$   
 $\left\{ \begin{array}{l} c = 1t/m^2 \\ \phi = 20^\circ \end{array} \right.$   
 $V_n = 2t/m^2$   
Coef. de sécurité

- ①  $A_c = A_{c1} = A_{c2} = 0,59 \quad (A_p = 1)$
- ②  $A_c = A_p = A_{p1} = 0,81$
- ③  $A_p = A_{p1} = 0,70 \quad (A_c = 1)$
- ④  $A_2 = 0,85$

Fig. 8 f

**Conclusions**

L'usage de coefficients de sécurité "à la rupture" prend une importance croissante en résistance des matériaux. La présente contribution a démontré comment cette notion peut être introduite en mécanique des sols : elle a été appliquée plus particulièrement au cas de l'équilibre d'un talus.

**Références**

- [1] DE BEER, E. (1959). Grondmechanica. Deel IV. Algemene theorieën van het glijdingsevenwicht. Evenwichtsproblemen van taluds. N. V. Standaard Boekhandel, Gent.
- [2] TAYLOR, D. (1956). Fundamentals of soil mechanics. John Wiley and Sons. New-York.