

INTERNATIONAL SOCIETY FOR SOIL MECHANICS AND GEOTECHNICAL ENGINEERING



This paper was downloaded from the Online Library of the International Society for Soil Mechanics and Geotechnical Engineering (ISSMGE). The library is available here:

<https://www.issmge.org/publications/online-library>

This is an open-access database that archives thousands of papers published under the Auspices of the ISSMGE and maintained by the Innovation and Development Committee of ISSMGE.

Contribution à l'Étude Mécanique et Géométrique des Milieux Pulvérulents

A Contribution to the Mechanical and Geometrical Study of Non-cohesive Masses

par P. DANTU, Ingénieur en Chef des Ponts et Chaussées, Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, Paris, France

Sommaire

Le but de cette étude, qui n'est orientée vers aucune application pratique immédiate, a été de chercher à comprendre (a) le mécanisme de transmission des contraintes, celles-ci étant supposées définies non pas de manière statistique, mais à l'échelle des grains; (b) la structure géométrique statistique des milieux pulvérulents, qui n'avait jusqu'ici été étudiée, à notre connaissance, que du point de vue de la densité.

L'application de la photoélasticité, soit à des milieux pulvérulents à deux dimensions, réalisés par un empilement de petits cylindres, soit à un sable de verre compris entre deux glaces épaisses, permet de visualiser de façon très nette les lignes de transmission de contraintes à l'intérieur du milieu.

L'étude de la structure géométrique des milieux pulvérulents a été abordée théoriquement et expérimentalement. Les essais expérimentaux ont été faits sur des assemblages à deux dimensions en variant la forme des éléments et du contour.

Summary

This study, undertaken without any immediate practical application, aims at the understanding of (a) the mechanism of stress transmission, the stresses are supposed to be determined not statistically but at the grain scale; (b) the geometrical and statistical structure of non-cohesive masses, a structure which until now, to our knowledge, has only been studied from the density point of view.

The use of photoelasticity, applied either to two-dimensional cohesionless masses, in reality little cylinders put one over the other, or to a glass sand retained between two thick transparent plates, neatly demonstrates the stress transmission lines inside the mass.

The study of the geometrical structure of non-cohesive masses has been approached theoretically and experimentally. Tests have been made on two-dimensional models varying, one from the other, in the shape of their elements and perimeters.

Application de la Photoélasticité aux Milieux Pulvérulents

Milieux à deux dimensions—Le milieu a été réalisé au moyen de petits cylindres de verre Pyrex empilés dans un cadre de manière à former une sorte de mur vertical. La longueur des cylindres était de 2 cm. Selon les expériences, le diamètre variait de 2 mm à 6 mm; et l'on utilisait soit des cylindres de même diamètre soit des cylindres de différents diamètres mélangés (Fig. 1).

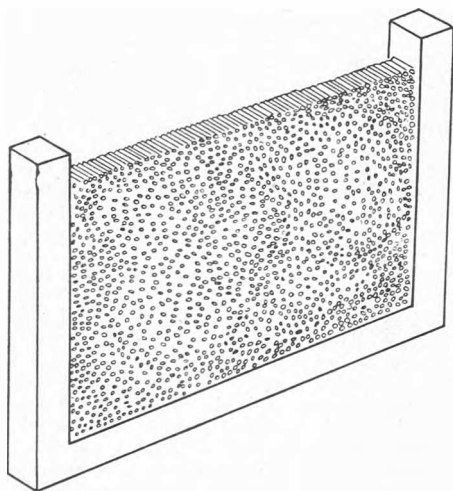


Fig. 1 Schéma du milieu pulvérulent à deux dimensions constitué par l'empilement de petits cylindres de verre
Diagram illustrating formation of a two-dimensional cohesionless mass by piles of small glass cylinders

Le 'mur' était ensuite soumis à des charges et examiné entre polaroïds croisés, soit en lumière rectiligne soit en lumière circulaire.

(1) *Cylindres égaux*. L'empilement se fait par lignes horizontales, chaque cylindre restant tangent aux six cylindres voisins. Le seul cas de charge étudié est une charge centrale uniforme avec faibles charges latérales (Fig. 2).

On observe une transmission d'efforts selon des lignes inclinées à 60 degrés les unes par rapport aux autres et correspondant aux files de cylindres. Les bifurcations qui se produisent dans la masse proviennent du fait que les diamètres des cylindres n'étaient pas parfaitement égaux et que, par conséquent, il arrivait de temps qu'un cylindre était en contact avec seulement cinq cylindres voisins au lieu de six, ce qui avait pour résultat de briser une ligne de transmission de contraintes.

(2) *Mélange de cylindres de plusieurs diamètres*. On réalise ainsi un milieu désordonné, statistiquement homogène et isotrope, assez comparable à un sable. Le mur avait 40 cm × 30 cm. Il était formé d'un mélange de cylindres de 6 mm, 4 mm et 2 mm. Les cas de charge étudiés sont les suivants.

— charge centrale sur 13 cm de largeur (Fig. 3).

— charge centrale à une profondeur de 9 cm au dessous du niveau supérieur du 'sable' (ce cas correspondant à une pile de fondation enfoncée dans un sol Fig. 4).

Dans les deux cas, le 'sable' était maintenu latéralement à la partie supérieure au moyen de ressorts de part et d'autre de la charge centrale.

On observe une transmission des contraintes de long de files de cylindres formant un réseau analogue aux racines d'une plante. Les cylindres extérieurs à ces files sont très peu contraints puisqu'ils ne sont pas éclairés entre polaroïds croisés.

La disposition des files éclairées ne varie pas lorsque la charge augmente jusqu'au moment où l'on atteint l'équilibre limite. Alors, il y a rupture, c'est-à-dire déplacement relatif des cylindres, enfoncement de la charge centrale, et perturbation du réseau des lignes de transmission de contraintes.

La valeur de la charge centrale qui détermine la rupture dépend, bien entendu de l'importance des charges latérales. Si

celles-ci sont assez élevées, on peut appliquer des charges centrales très fortes, et dans ce cas on observe plusieurs franges d'isochromatiques dans les cylindres chargés, ce qui peut permettre une certaine évaluation quantitative des efforts supportés par chaque cylindre.

Un troisième essai a été fait dans un dispositif analogue aux 'boîtes à cisaillement' couramment utilisées pour les sables (voir schéma dans la Fig. 5). La direction générale des lignes lumineuses dans le voisinage du plan horizontal de cisaillement indique la direction des contraintes principales de compression.

Une étude photographique du déplacement relatif des cylindres pendant la rupture par cisaillement a également été

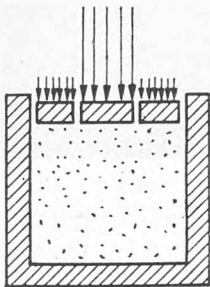
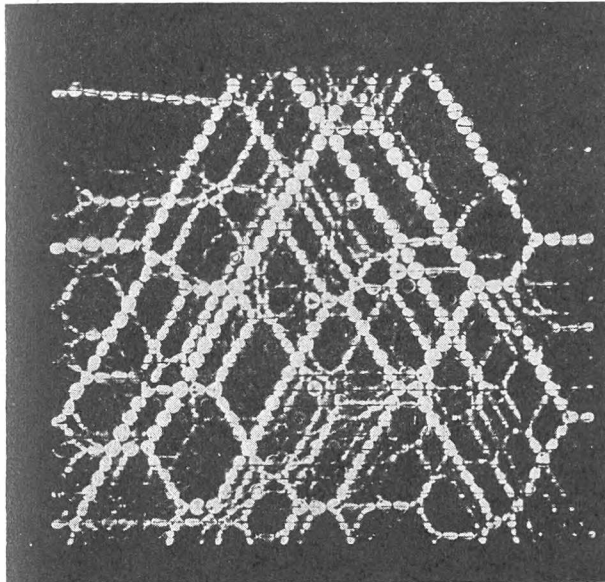


Fig. 2 Empilement de cylindres de verre de même diamètre soumis à une charge centrale. Observation photoélastique et schéma de charge
Piles of glass cylinders of uniform diameter subjected to a central load. Photoelastic observation and diagram of loading

faite. Un petit cylindre est considéré comme ayant subi un déplacement s'il y a eu mouvement relatif par rapport au cadre (supérieur ou inférieur) auquel il appartient. Il peut y avoir translation, rotation ou une combinaison des deux moments. Pour obtenir une détermination suffisante de ces mouvements on a tracé à l'encre de Chine un point noir sur la section de chaque cylindre, suffisamment loin du centre de cette section. Puis on cinématographie la rupture par cisaillement en lumière ordinaire. En superposant des images partielles, on met en évidence les mouvements des cylindres. Ces mouvements se trouvent localisés sur une épaisseur faible (quelques diamètres de cylindres), de part et d'autre de la ligne de cisaillement.

Comme dans les 'boîtes de cisaillement' habituelles, on observe une relation de proportionnalité entre la pression verticale et la valeur du cisaillement.

Milieux pulvérulents à trois dimensions — L'appareil consiste en une cuve limitée par deux plaques de verre très épaisses (3 cm) et contenant un 'sable' formé par du verre concassé et tamisé. Comme pour les essais à deux dimensions, on a utilisé du verre

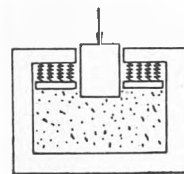
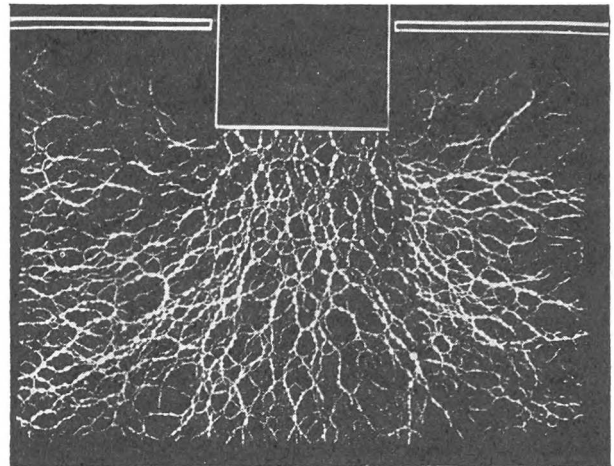


Fig. 3 'Sable' à deux dimensions—Observation photoélastique en lumière circulaire et schéma du dispositif de charge
Two-dimensional 'sand'—photoelastic observation in circularly polarized light, and diagram showing disposition of load

Pyrex dont le coefficient photoélastique est deux fois plus élevé que le verre ordinaire. La cuve était remplie par un liquide de même indice de réfraction que le Pyrex de manière à rendre le milieu transparent. Le sable était chargé à la partie supérieure

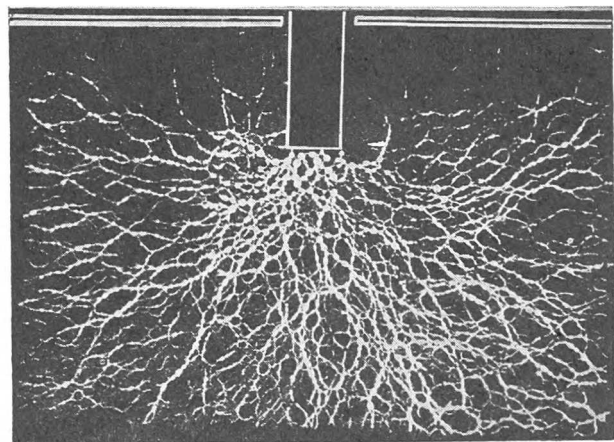


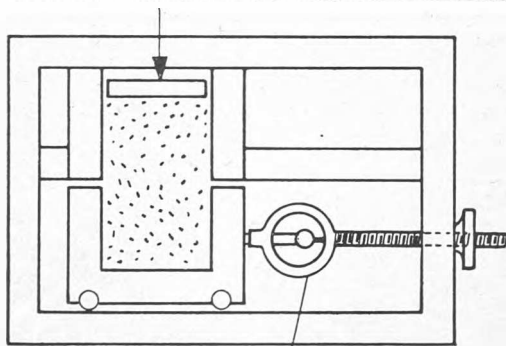
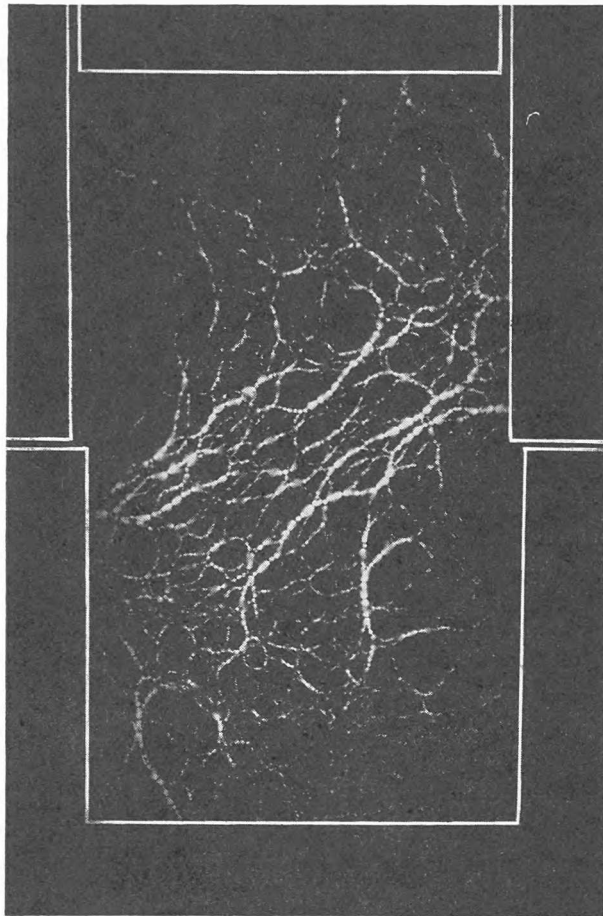
Fig. 4 'Sable' à deux dimensions—Autre cas de charge—Observation photoélastique en lumière circulaire
Two-dimensional 'sand'—a different type of load—photoelastic observation in circularly polarized light

et on observait en lumière polarisée perpendiculairement aux faces de la cuve (Fig. 6).

Comme dans l'essai à deux dimensions on voit en lumière circulaire entre polaroïds croisés des files de cylindres transmet-

tant les contraintes, mais tandis que dans l'essai à deux dimensions le réseau était assez désordonné, ces lignes, dans l'essai tri-dimensionnel, dessinent de façon beaucoup plus nette les isostatiques, un peu à la manière des 'spectres magnétiques'. Le réseau orthogonal d'isostatiques est également indiqué, quoique plus faiblement. Le phénomène est tout à fait net à

voit plus les lignes de transmission de contraintes, mais on voit de larges bandes à bords flous dont le dessin varie quand on fait tourner l'ensemble polariseur-analyseur. Ces lignes correspondent aux 'isoclines de la photoélasticité habituelle'.



Dynamomètre

Fig. 5 'Sable' à deux dimensions—Cisaillement—Photographie en lumière circulaire, et schéma du dispositif chargement
Two-dimensional 'sand'—shear box—photograph in circularly polarized light, and diagram of loading device

l'œil mais les photos sont très peu contrastées et les lignes sont très peu visibles dans la reproduction par l'imprimerie (voir Fig. 7). La coïncidence avec les isostatiques est prouvée par la comparaison avec le tracé des isostatiques obtenu par une voie différente, ainsi qu'il est expliqué plus bas.

En lumière polarisée rectiligne, entre polaroïds croisés, on ne

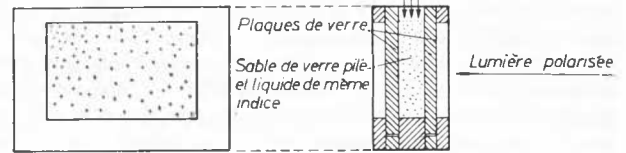


Fig. 6 Schéma de la cuve utilisée pour étude photoélastique de sable de verre

Diagram of tank used for photoelastic study of glass sand

L'inconvénient est leur forte largeur, mais avec diverses précautions, on peut parvenir à repérer la partie axiale la plus sombre de chaque isocline. On peut ainsi tracer le réseau des isoclines, et par suite le réseau des isostatiques.

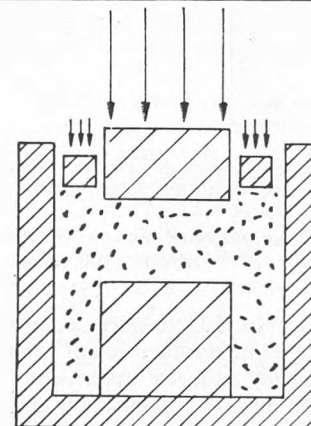
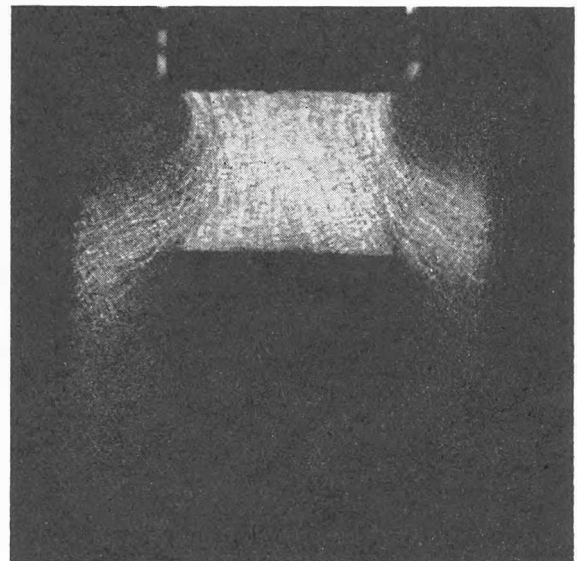


Fig. 7 Sable de verre—Observation photoélastique en lumière circulaire et schéma de chargement

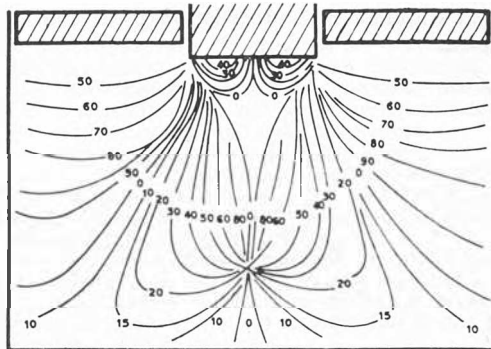
Glass sand—photoelastic observation in circularly polarized light, and diagram of loading

Ce réseau a été tracé dans le cas de charge de la Fig. 8. On vérifie très nettement la coïncidence entre ce réseau d'isostatiques et celui que l'on observe directement en lumière circulaire par le réseau des files de grains transmettant les contraintes. En particulier, le point singulier situé un peu au dessus de la

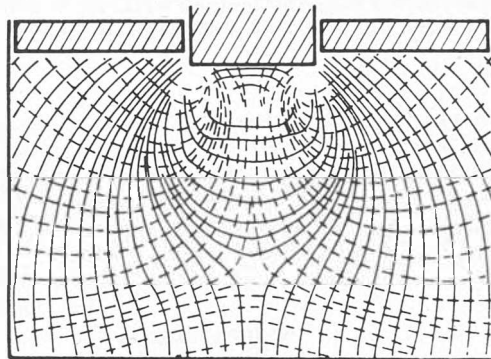
limite inférieure de la cuve est très bien déterminé dans les deux cas et coïncide exactement.

On a donc à la fois une méthode de détermination expérimentale des isostatiques dans les sables, et un procédé de visualisation des contraintes dans la masse.

Une objection à la méthode est le frottement introduit par les plaques de verre limitant la cuve. Cette objection n'existe pas pour les milieux à deux dimensions étudiés précédemment. On pourrait essayer de l'éliminer en plaçant un sable de verre coloré, sur une épaisseur de 2 cm par exemple, dans le plan axial de la cuve, parallèlement aux faces transparentes de celle-ci. Ce sable serait entouré de part et d'autre de sable incolore, et l'on pourrait ainsi isoler optiquement le réseau d'isostatiques



ISOCLINES



ISOSTATIQUES

Fig. 8 Sable de verre—Réseau d'isoclines en lumière polarisée rectiligne et réseau d'isostatiques correspondant. Charge central 5.4 kg/cm². Charges latérales 0.05 kg/cm².
Glass sand—isoclinal net in rectilinear polarized light and the corresponding isostatic net. Central load 5.4 kg/cm². Lateral loads 0.05 kg/cm²

correspondant à la zone centrale, qui est en dehors de l'action du frottement sur les faces de la cuve.

Même avec le procédé actuel on arrive très bien à l'œil à distinguer les lignes lumineuses correspondant approximativement à la zone centrale et elles ont sensiblement la même orientation que celles correspondant au sable situé près des faces limitant la cuve.

Étude Géométrique

On a étudié la structure géométrique des milieux pulvérulents, formés par des assemblages des corps convexes. Les recherches ont porté principalement sur la statistique des points de contact, des orientations des corps, du nombre des vides et sur la valeur de la densité.

On a étudié surtout les *assemblages denses*, c'est-à-dire les

assemblages ayant atteint leur densité (compacité) maximum, soit théorique, soit pratique.

(a) *Étude théorique*— On a démontré que pour des assemblages denses de corps convexes quelconques, le nombre moyen de points de contact d'un corps avec les corps voisins était de douze pour les assemblages à trois dimensions et de six pour les assemblages à deux dimensions. C'est un théorème absolument général qui ne fait aucune hypothèse sur la forme et les dimensions des corps, pourvu qu'ils soient convexes.

Dans le cas des assemblages denses à deux dimensions, on a démontré que tous les vides sont triangulaires, c'est-à-dire formés par la réunion de trois corps tangents entre eux.

(b) *Étude expérimentale*— Cette étude a porté sur des assemblages à deux dimensions puisqu'il est facile d'en observer la structure et de faire n'importe quelle mesure statistique.

D'autre part il est facile d'obtenir, par découpage ou poinçonnage, des corps à deux dimensions, de forme et de dimensions déterminées et en grand nombre, mais au contraire cela est très difficile pour les corps à trois dimensions autres que les sphères et les parallélépipèdes.

Le dispositif expérimental consistait en un cadre plat à fond métallique recouvert d'une plaque transparente. Des éléments de formes diverses et de 5 à 10 mm d'épaisseur suivant les essais étaient placés dans ce cadre. Celui-ci était ensuite disposé obliquement sur une table à secousses de manière que l'assemblage évolue vers la densité maximum. On a utilisé des éléments carrés, rectangulaires, circulaires, elliptiques, triangulaires, semi-circulaires ainsi que des éléments sans symétrie, convexes et concaves. On a étudié des assemblages formés d'éléments de forme identique et des assemblages mixtes formés d'un mélange de deux formes différentes ou encore de même forme avec deux dimensions différentes. On a fait varier systématiquement la forme du contour pour certains assemblages (contours rectilignes, circulaires, quelconque). Le contour quelconque, dont le but était de n'introduire aucune orientation particulière des corps était défini de deux manières différentes: (a) courbe de forme quelconque, (b) contour en 'dents de scie' dont la dimension des dents était du même ordre que celle des corps et dont l'inclinaison variait au hasard d'une 'dent' à la suivante.

Pour la simplicité de l'exposé nous appellerons 'cristal' un assemblage ordonné tel que par exemple pour les cercles l'assemblage hexagonal, et 'liquide' un assemblage désordonné.

Assemblages de corps identiques.

cercles L'essai a été fait avec des billes d'acier entre deux plaques de verre inclinées et soumises à des vibrations. Il se forme d'abord un certain nombre de 'cristaux' diversement orientés et entourés de 'liquide'. Puis les gros cristaux se nourrissent aux dépens des petits et finalement il ne reste, quelque soit le contour, qu'un seul cristal, avec localisation du liquide sur le contour.

carrés Un petit nombre de cristaux (2 à 4), quelque soit le contour, avec densité 1 dans le cristal, et localisation du liquide au voisinage du contour et au raccord entre les cristaux.

rectangles Tendance à agglomération par pseudo-cristaux de densité voisine de 1. A l'intérieur de chaque pseudo-cristal, la direction des côtés des rectangles reste parallèle à deux droites fixes.

ellipses Assemblage semi-désordonné. La courbe de fréquence de direction des axes montre une direction préférentielle qui dépend de la nature des vibrations données au cadre.

triangles isocèles 'Liquide'—Aucune direction préférentielle.

demi-cercles 'Liquide'—Aucune direction préférentielle.

triangles curvilignes sans symétrie—'Liquide'—Aucune direction préférentielle.

En résumé, bien que pour tous les assemblages de corps identiques, la densité maximum théorique correspondent à une structure régulière, cette structure ne se réalise effectivement sous l'effet des vibrations que pour des corps à plus de deux axes de symétrie (cercles et carrés). La tendance effective à la 'cristallisation' décroît avec le degré de symétrie comme cela se comprend très bien. Cette tendance est très faible pour les

ellipses et elle est nulle à partir pour des corps à un seul axe de symétrie ou sans symétrie.

Les densités maxima obtenues en pratique pour les assemblages non ordonnés, sont très inférieures aux densités correspondantes pour l'assemblage théorique dense. Par exemple, pour les ellipses, la densité est de 0.76 (au lieu de 0.906 pour l'assemblage ordonné). Pour les triangles isocèles, elle est de 0.82 (au lieu de 1). Pour les demi-cercles est de 0.81 (au lieu de 0.906).

Mélange de corps. On a essayé de mélanger deux corps (cercles et carrés, carrés et rectangles, ellipses et triangles curvilignes). Pour chaque mélange, les corps d'une forme déterminée, par exemple les cercles avaient des dimensions identiques. On observe, en général, une tendance au *rassemblement par groupes de corps identiques*.

La densité du mélange cercles et carrés est voisine de 0.9.

Par ailleurs, on a fait des statistiques des points de contact, du nombre des vides et du nombre de côtés des vides.

Le nombre moyen des points de contact varie suivant les assemblages, mais reste inférieur à six chiffre théorique qui, comme nous l'avons vu plus haut, correspond à la densité maximum. La courbe de fréquence du nombre des points de contact d'un corps avec ses voisins a la même forme pour tous les assemblages étudiés. Cette forme correspond à la loi connue en statistique sous le nom de limites de la loi hypergéométrique (loi de Pearson).

Cette étude géométrique, théorique et expérimentale, de la structure des assemblages denses est très loin d'être complète, et les résultats trouvés sont très partiels et n'ont aucune portée pratique. Mais le seul moyen d'aborder un problème aussi difficile est à notre avis de procéder progressivement du simple au composé.