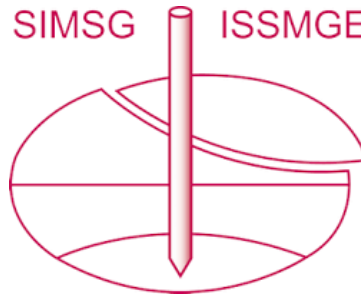


INTERNATIONAL SOCIETY FOR SOIL MECHANICS AND GEOTECHNICAL ENGINEERING



This paper was downloaded from the Online Library of the International Society for Soil Mechanics and Geotechnical Engineering (ISSMGE). The library is available here:

<https://www.issmge.org/publications/online-library>

This is an open-access database that archives thousands of papers published under the Auspices of the ISSMGE and maintained by the Innovation and Development Committee of ISSMGE.

Sur la Validité des Formules de Fondation

The Validity of Bearing Capacity Formulae

par P. E. RAES, Professeur à l'Université de Gand, Professor Paul Fredericqstraat, 10, Gand, Belgium

Sommaire

L'auteur critique les formules de fondation dites 'simplifiées' et arrive à la conclusion que les principes invoqués pour la justification de pareilles formules sont, en général, décevants.

L'aide-mémoire *Grundbau Taschenbuch* (1955) contient p. 113 Band I, un abaque donnant pour $\phi = 30$ degré la largeur B et la profondeur D limites d'une fondation prismatique, en fonction de q_f/γ . La figure est divisée en trois secteurs dits 'de Buisman, de Mizuno et d'Andersen'.

Ayant constaté certaines anomalies des courbes situées dans ce dernier secteur, nous avons tenu à vérifier point par point l'exposé initial d'ANDERSEN (1946). Cet auteur suppose (Fig. 1) que la ligne de glissement se compose de deux arcs de

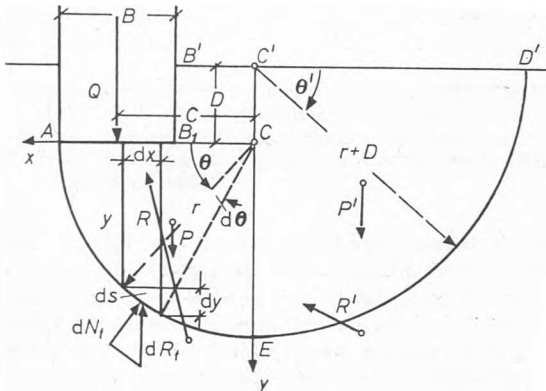


Fig. 1

cercles AE et ED' , de centres C et C' . Il isole le massif $ACC'D'EA$, néglige les contraintes sur B_1CC' , et se propose de déterminer les contraintes le long de AED' .

Poids des Terres

La réaction dR , agissant sur la facette $ds = r d\theta$ des arcs AE et ED' est supposée verticale et égale à $\gamma y dx$. En projetant sur la normale, il vient

$$dN_t = \gamma r^2 \sin^3 \theta d\theta \quad \sigma = \frac{dN_t}{ds} = \gamma r \sin^3 \theta = \gamma y \sin^2 \theta$$

Commentaires — On sait que

$$\sigma = \sigma_y \sin^2 \theta + \sigma_x \cos^2 \theta + \tau_{xy} \sin 2\theta$$

ANDERSEN suppose donc partout $\sigma_y = \gamma y$, $\sigma_x = 0$, $\tau_{xy} = 0$, ce qui ne peut se réaliser ni avant, ni pendant le glissement.

Répartition de la Charge

L'auteur affirme que r est peu différent de B , de sorte que Q peut être réparti uniformément sur AC , d'où

$$dN_Q = (Q/r) dx \sin \theta = Q \sin^2 \theta d\theta$$

Summary

The author criticizes the so-called 'simplified' bearing capacity formulae and comes to the conclusion that the principles put forward to justify such formulae are generally misleading.

La réaction totale sur ds (arc AE) sera donc

$$dN = (\gamma r^2 \sin^3 \theta + Q \sin^2 \theta) d\theta$$

et sur ds' (arc ED')

$$dN' = \gamma(r + D)^2 \sin^3 \theta' d\theta'$$

Commentaires — En appliquant les formules finales d'ANDERSEN on constate que le rayon r dépasse largement la largeur B quand Q devient important, et que la ligne d'action de Q peut même être transportée en dehors du massif par la répartition proposée.

Equation de Moment

L'auteur suppose, lors du glissement, l'existence de frottements $dT = dN \tan \phi$ et $dT' = dN' \tan \phi$ sur ds et ds' , et établit l'équation de moment

$$Q(r - \frac{1}{2}B) = \gamma r^3 \tan \phi \int_0^{\pi/2} \sin^3 \theta d\theta + Qr \tan \phi \int_0^{\pi/2} \sin^2 \theta d\theta + \gamma(r + D)^3 \tan \phi \int_0^{\pi/2} \sin^3 \theta' d\theta' + \gamma[(r + D)^3 - r^3]/3 \dots (1)$$

Commentaires — dT et dT' sont incompatibles avec l'hypothèse de la verticalité des contraintes, rompent l'équilibre supposé établi, et donnent lieu avec dN et dN' à des résultantes inclinées R et R' . L'auteur calcule pourtant le moment des efforts dT (ou de R) autour de C et le moment des efforts dT' (ou de R') autour de C' , et commet ainsi une erreur rapidement croissante avec D .

Détermination de C

L'emplacement de C est déterminé de façon à rendre B maximum en fonction de r pour Q constant. L'équation 1 donne

$$B = r(2 - \frac{1}{2}\pi \tan \phi) - \frac{2\gamma}{3Q}[r^3(2 \tan \phi - 1) + (r + D)^3(2 \tan \phi + 1)] \dots (2)$$

et, en posant $dB/dr = 0$ on trouve

$$r^2 - \frac{2 \tan \phi + 1}{2 \tan \phi} Dr + \frac{2 \tan \phi + 1}{4 \tan \phi} D^2 - \frac{Q}{\gamma} \frac{2 - (\pi \tan \phi)/2}{8 \tan \phi} = 0 \dots (3)$$

On peut ainsi calculer r et B pour Q/γ , D et ϕ connus.

Elimination de r

L'auteur n'y a pas procédé, mais donne pour diverses valeurs de ϕ , des abaques liant B , D et Q/γ , et composés de droites parallèles, ce qui ne peut être qu'une approximation.

Commentaires — Ces droites coupent l'axe des D en des points pour lesquels $B = 0$, de sorte qu'une fondation de largeur nulle pourrait porter une charge arbitrairement grande, à condition d'être placée à une profondeur D suffisante. D'autre part, on peut vérifier par le calcul que, pour toutes les valeurs de $q_f = Q/B$, B et D tendent simultanément vers Q . Les courbes d'ANDERSEN de l'abaque du *Grundbau Taschenbuch* aboutissent donc toutes à l'origine, et donnent deux valeurs de B pour chaque valeur de D inférieure à un maximum, et aucune valeur de B pour D supérieur à ce maximum.

Conclusion — Les formules d'ANDERSEN, déduites d'hypothèses irréalisables, et affectées de plusieurs erreurs de calcul, sont inexactes pour toutes les valeurs de B et de D .

Considérations Générales

On sait que, dans un problème à deux dimensions, l'équilibre limite d'un massif granulaire satisfait à des équations différentielles dont l'intégration ne peut être évitée que dans des cas simples tels que l'équilibre de Rankine (lignes de glissement droites parallèles), de Prandtl (droites concourantes et spirales logarithmiques) et de Coulomb (droite déterminée par une condition de maximum ou de minimum, ou ligne assimilée à une pareille droite).

Dans le cas plus compliqué de la fondation prismatique CACQUOT et KÉRISEL (1948), MEYERHOF (1951), LUNDGREN et MORTENSEN (1953), BRINCH HANSEN (1953) et d'autres, ont trouvé des solutions conformes à l'équilibre infinitésimal, fort ingénieuses et d'une grande valeur scientifique.

Pourtant, certains ingénieurs préconisent encore les formules 'simplifiées' obtenues sans intégration d'équations différentielles, et basées sur des principes intuitifs considérés comme évidents, et que nous discuterons ci-dessous.

Paradoxe du Minimum

Les auteurs de formules élémentaires croient pouvoir adopter des courbes dépendant d'un paramètre, et de forme quelconque, mais telle que le refoulement correspondant puisse se faire sans déformations internes importantes. Notons que cette dernière considération est fort vague car aucun calcul du travail de déformation n'est envisagé et, d'autre part, si l'on exprime l'équilibre d'ensemble, les forces intérieures ne figurent pas dans les équations.

Ensuite le minimum de Q (pour B constant) est considéré comme la vraie charge de rupture Q_f . On peut, il est vrai, démontrer que la fausse charge de rupture Q , obtenue en écrivant une équation de moment autour d'un centre convenablement choisi, est plus grande que Q_f , mais il faut pour cela tenir compte des véritables contraintes normales agissant, au moment de la rupture, le long de la fausse ligne de glissement.

De plus, pour que $Q_{\min.} = Q_f$ il faut que le faisceau des courbes considérées comprenne la vraie ligne de rupture. Or, ces deux conditions supposent le problème résolu.

Si l'on repousse la solution mathématique on fera donc forcément des hypothèses inexactes concernant les contraintes, et $Q_{\min.}$ pourra être très inférieur à Q_f comme le prouve l'exemple suivant.

Exemple

Considérons une fondation en surface sur terrain non pesant soumis à une surcharge uniforme p_0 (Fig. 2) et appliquons correctement la méthode d'ANDERSEN. AED' sera un demi-cercle de rayon r . Soit P_0 la résultante de p_0 sur $B'D'$ et R celle des contraintes agissant sur AED' . S'il y a glissement, ces contraintes seront tangentes au cercle de centre C et de rayon $r \sin \phi$. R , qui fait équilibre à Q et P_0 , sera vertical et certainement extérieur au cercle précité. Comme sa position exacte est inconnue nous la supposerons tangente par mesure de sécurité, d'où

$$Q_{\min.} = p_0 B \left(\frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} \right)^2 \quad \text{pour } r = \frac{B}{1 - \sin \phi}$$

R passe donc par B' et, par un étrange hasard, nous retrouvons la formule de RANKINE qui suppose la ligne de glissement AB_0D' formant un angle droit en B_0 et donnant donc lieu à déformation interne. Pourtant $Q_{\min.}$ a la même valeur que pour la ligne de rupture circulaire.

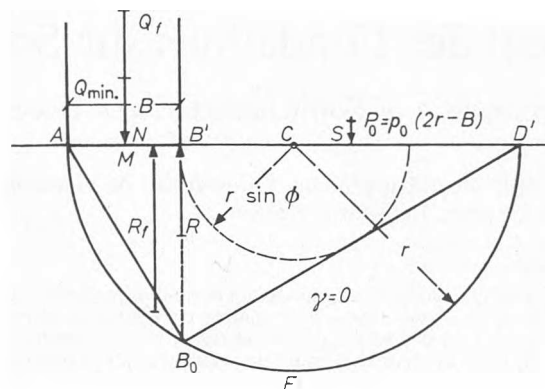


Fig. 2

Or, la vraie charge de rupture est celle de PRANDTL, soit

$$Q_f = p_0 B \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} e^{\pi \tan \phi}$$

très supérieure à $Q_{\min.}$ pour les valeurs usuelles de ϕ , contrairement au principe de la ligne de moindre résistance. En posant $B = 2$ m, $p_0 = 1$ t/m, $\phi = 30$ degré il vient $r = 4$ m, $Q_{\min.} = 18$ t, $Q_f = 36.8$ t $NB' = 0.44$ m, si N est situé sur la résultante R_f des vraies contraintes sur AED' , au moment de la rupture suivant la ligne de Prandtl. L'erreur sur la position de R atteint donc 22 pour cent de B et $Q_{\min.}$, qui devait être supérieur à Q_f , n'en vaut que la moitié.

Principe d'Adaptation

Si, au lieu de considérer de fausses lignes de glissement, on compare plusieurs lignes de rupture possibles, correspondant à des conditions aux limites différentes, l'expérience prouve que c'est la ligne de plus haute résistance qui s'établit, et que l'on peut donc compter sur la force portante la plus élevée, au lieu de la plus faible. Ce phénomène est comparable à l'effet de la ductilité des métaux qui retarde le plus possible leur rupture. Comme exemple nous citerons la formule du terme de surface selon CACQUOT et KÉRISEL (1953).

Pour une base de fondation parfaitement lisse on trouve un coefficient de force portante plus faible que pour une base rugueuse. Or, dès que les liaisons cinématiques le permettent, le frottement possible est mobilisé et Q_f s'élève.

Références

- ANDERSEN, P. (1946). Calculation of bearing capacities of footings by circular arcs. *Engng. News Rec.*, 136, 866
- BRINCH HANSEN, J. (1953). A general earth pressure theory. *Proc. 3rd International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Vol. 2, p. 170
- CACQUOT, A. et KÉRISEL, J. (1948). *Tables de Butée et de Poussée*. Paris; Gauthier-Villars
- (1953). Sur le terme de surface dans le calcul des fondations en milieu pulvérulent. *Proc. 3rd International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Vol. 1, p. 336
- Grundbau Taschenbuch* (1955). Berlin; Wilhelm Ernst und Sohn
- LUNDGREN, H. and MORTENSEN, K. (1953). Determination by the theory of plasticity of the bearing capacity of continuous footings on sand. *Proc. 3rd International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Vol. 1, p. 409
- MEYERHOF, G. G. (1951). The ultimate bearing capacity of foundations. *Géotechnique, Lond.*, 2, 301