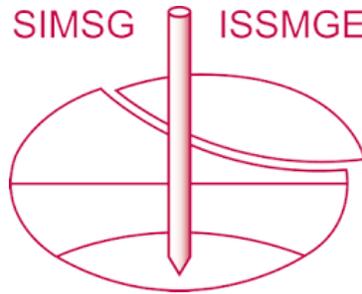


# INTERNATIONAL SOCIETY FOR SOIL MECHANICS AND GEOTECHNICAL ENGINEERING



*This paper was downloaded from the Online Library of the International Society for Soil Mechanics and Geotechnical Engineering (ISSMGE). The library is available here:*

<https://www.issmge.org/publications/online-library>

*This is an open-access database that archives thousands of papers published under the Auspices of the ISSMGE and maintained by the Innovation and Development Committee of ISSMGE.*

# Fondations Superficielles en Milieu Stratifié

## Shallow Foundations on a Stratified Soil

par Yuan TCHENG, Ing. I.E.G. et I.E.H., Docteur ès Sciences, Chef de Section au Centre Expérimental de Recherches et d'Études du Bâtiment et des Travaux Publics, 12, rue Brancion, Paris (XV<sup>e</sup>), France

### Sommaire

Pour une fondation posée sur un sol hétérogène, le calcul de la charge admissible du terrain a été, jusqu'à nos jours, basé sur des hypothèses simplificatrices qui ne sont pas toujours vérifiées. Divers accidents dans de tels milieux sont survenus sans qu'on puisse en déterminer la cause réelle.

L'auteur s'est proposé d'étudier expérimentalement, sur modèle réduit, la charge admissible sur des sols de différente nature. Ces essais ont été effectués au CEBTP. Les lignes de rupture dans un milieu composé de deux couches distinctes dont le substratum est indéfini ont une allure très spéciale. En particulier, tant que l'épaisseur de la couche superficielle reste inférieure à une fois et demie la largeur de la fondation, ces lignes sont absolument verticales. Des calculs à partir de ces lignes de rupture, ont été entrepris. Les résultats obtenus concordent bien avec les mesures directes sur maquette. Des formules nouvelles sont proposées.

Les théories classiques ont pour hypothèse de base, un milieu semi-infini homogène et isotrope.

Nous nous proposons d'étudier un milieu hétérogène composé d'une couche résistante surmontant une couche molle supposée indéfinie. Nous nous étendrons particulièrement sur le cas où la couche superficielle est un corps pulvérulent. Cette disposition se rencontre dans la pratique, par exemple: une argile molle sous une couche de sable-gravier ou une argile glaciaire surmontée d'alluvions à frottement interne.

Divers accidents dans de tels milieux ont été observés alors que le calcul classique ne prévoyait pas la rupture du sol.

Nous avons étudié de telles double-couches à l'aide de modèle réduit. Les nombreux essais effectués ont mis en évidence un phénomène très remarquable: l'apparition de surfaces de glissement planes et verticales.

Nous signalons que nous nous sommes limités aux problèmes à deux dimensions.

### Surfaces de Rupture

Les surfaces de rupture observées dans nos modèles réduits possèdent une forme tout à fait inhabituelle.

Si nous appelons  $h$  l'épaisseur de la couche superficielle, et  $B$  la largeur de la fondation, dans le cas d'une couche pulvérulente reposant sur un fond plastique dont l'angle de frottement interne est rigoureusement nul, quand la hauteur  $h$  de cette couche n'atteint pas une certaine importance, les surfaces de rupture restent absolument verticales. En l'occurrence  $h < 1.5 B$ , pour les sables ayant un angle de frottement interne voisin de 37 degrés; la fondation poinçonne le sol comme un emporte-pièce (Fig. 1).

Quand l'épaisseur de la couche de sable croît, les surfaces de rupture partent toujours des bords de la fondation, s'incurvent et s'élargissent vers l'extérieur. Au-delà de  $h/B = 3.5$ , la surface de rupture reprend *grosso-modo*, la forme classique dans un milieu homogène.

### Dispositif d'Essai

La partie expérimentale a été effectuée sur maquettes. La cuve d'essais avait pour dimensions: hauteur, 40 cm; largeur,

### Summary

The calculation of the allowable bearing capacity of a foundation on a stratified soil has been based on simplifying assumptions which are not always fulfilled. Several accidents happened on such soils but the real cause could not be ascertained.

The author studied experimentally, on a model, the allowable bearing capacity of soils of different nature. The tests were carried out at the CEBTP. The sliding lines in a medium composed of two layers, the lower one being infinite, have a very special shape. In particular, when the thickness of the upper layer is less than 1.5 times the width of the foundation, the rupture lines are vertical. Calculations taking into account this shape of the lines of rupture were undertaken. The results obtained compare very well with the tests on the model. New formulae are presented.

80 cm; épaisseur, 10 cm; deux vitres de 40 cm × 80 cm, formaient les deux parois latérales de la cuve permettant ainsi à l'expérimentateur d'observer les déformations du sol pendant le chargement. La charge était appliquée au moyen d'une

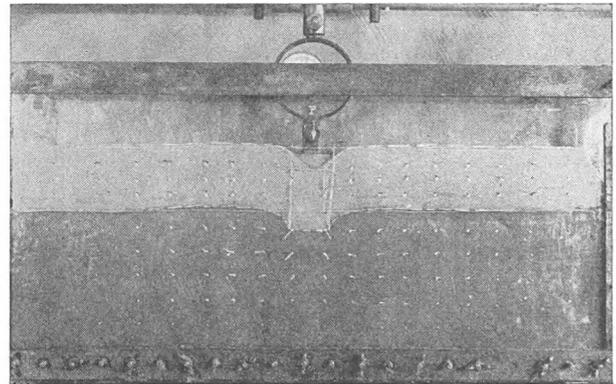


Fig. 1 Après la rupture  $h/B < 1.5$   
After failure  $h/B < 1.5$

presse à vis et transmise à la fondation par l'intermédiaire d'un anneau dynamométrique.

### Matériaux Utilisés

Plusieurs matériaux ont été utilisés, nous pouvons les diviser en deux groupes principaux:

(1) Matériaux cohérents: graisses consistantes et argile reconstituée et consolidée sous des charges verticales bien déterminées;

(2) Matériaux pulvérulents: sable de Seine, sable de Fontainebleau, sable de Sauvage-Magny et, enfin, un sable artificiel composé de minuscules sphères de verre de 100 microns de diamètre moyen. Utilisées comme matériaux pulvérulents, ces sphères présentent l'avantage de conserver une densité beaucoup plus constante et par conséquent d'avoir des caractéristiques physiques relativement stables.

## Mise en Place

Pour les corps pulvérulents, la mise en place se fait uniquement par saupoudrage qui assure une compacité très constante pour les différents essais.

Le repérage des lignes de glissement s'opère comme suit :

Pour enregistrer le mouvement des particules pendant l'essai, des épingles sont piquées dans le matériau cohérent afin de pouvoir suivre la déformation de la masse. Dans le milieu pulvérulent des repères de sable teint en noir sont placés dans la masse. Le déplacement des témoins peut être photographié en laissant le diaphragme ouvert pendant toute la durée de l'essai (1 ou 2 minutes).

## Frottement Parasite

Pour réduire le frottement parasite entre la matériau cohérent et la cuve d'essais, nous avons enduit la cuve avec de la gomme arabique en solution aqueuse; le frottement est pratiquement éliminé. Par contre, celui des matériaux pulvérulents contre la vitre ne peut être atténué par un lubrifiant quelconque; l'erreur introduite peut atteindre parfois le même ordre de grandeur que la charge limite elle-même. Nous avons décidé

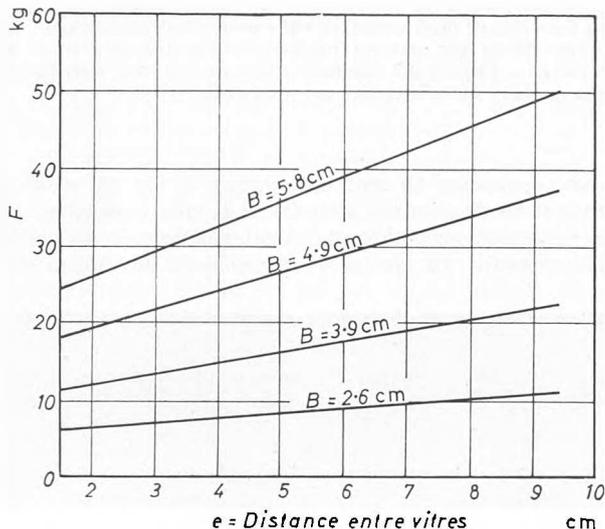


Fig. 2 Variation de l'effort selon  $e$  (essais avec radier souple)  
Variation of load with  $e$  (tests with a flexible mat)

alors qu'au lieu d'annuler ce frottement, nous chercherions à le mesurer. Il suffit pour cela d'effectuer plusieurs essais en faisant varier la distance séparant les deux vitres et en conservant constantes la largeur de la fondation et l'épaisseur de la couche superficielle.

Nous constatons alors que la charge totale de rupture croît linéairement avec l'épaisseur de la cuve d'essais (Fig. 2). Evidemment quand cette épaisseur décroît indéfiniment, l'action de frottement sur les deux vitres, s'enchevêtre, mais ce dernier cas ne nous intéresse pas.

Sur le graphique (Fig. 2) où les droites représentent la charge totale en fonction de l'épaisseur de la cuve, l'ordonnée à l'origine nous fournit la valeur du frottement parasite. Cette méthode est malheureusement laborieuse, car elle multiplie le nombre d'essais au moins par quatre, chiffre moyen de nos manipulations.

## Natures des Radiers

Plusieurs sortes de radiers ont été essayées. Le radier rigide est constitué par un modèle en bois, en principe indéformable dans la limite des charges appliquées. Le radier souple est

formé d'un certain nombre de bâtonnets métalliques rigides, placés parallèlement; ces bâtonnets sont reliés par un fil de nylon très fin, de telle sorte qu'ils puissent rouler les uns par rapport aux autres. La rigidité longitudinale est ainsi infiniment plus importante que la rigidité transversale. Cette rigidité longitudinale est indispensable pour que le système puisse être considéré comme équivalent à une semelle filante indéfinie (Fig. 3).

Nous rappelons que dans le cadre de nos recherches, nous nous sommes bornés à n'étudier que des problèmes à deux dimensions.

Sur le radier souple, nous mettons une couche de caoutchouc spongieux, sur laquelle repose une poche étanche contenant de l'air ou de l'eau; cette poche a pour but de répartir uniformément les contraintes agissant sur le radier. La répartition des contraintes dans le plan du radier souple est théoriquement uniforme, le calcul en est donc bien facilité.

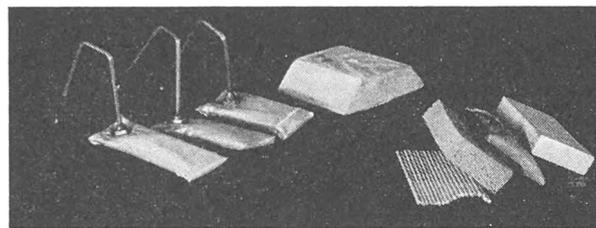


Fig. 3 Radiers rigides et souples—Cellule manométrique  
Rigid and flexible rafts—Pressure cell

Pour avoir une fondation rugueuse, il suffit de coller le matériau d'essai sous la fondation même.

## Cellule Manométrique

Nous avons utilisé des manomètres de petites dimensions pour la mesure des contraintes dans le sol. Ils étaient constitués par une poche étanche terminée par un tube transparent, indéformable. Cet ensemble contenait de l'eau teintée à la fluorécéine. Le bout du tube était rempli d'air et le tout était hermétiquement étanche (Fig. 3). Une variation de la pression interne créait ainsi un allongement ou un raccourcissement de la colonne d'air. L'étalement de ces cellules était effectué dans une enceinte fermée. Le tube transparent était gradué directement en pression.

Nous avons étalonné nos capsules à des températures différentes. La mesure de la contrainte à la surface de séparation des deux couches a donné une valeur voisine de la résistance à la rupture du matériau sous-jacent.

## Critère du Rupture

Nous définissons la rupture par la charge maximum que peut supporter le milieu. Quand un matériau est peu compact, sa densité croît avec la charge. L'enfoncement est parfois tel que la charge continue à croître. En effet, le milieu devient de plus en plus résistant au fur et à mesure que la densité augmente. La charge limite existe toujours, mais elle entraîne un enfoncement trop important pour que nous puissions la considérer comme la résistance superficielle. Par contre, pour un corps suffisamment dense, la charge limite est vite atteinte après un enfoncement maximum de 1 cm à l'échelle de nos modèles.

Lorsqu'on utilise un sable saupoudré comme corps pulvérulent, la variation de l'effort en fonction des déformations, présente un maximum puis un palier. Au moment où cet effort maximum est atteint, il se produit au sein du matériau une rupture très nette, visible à l'œil nu. D'autres maxima apparaissent si l'on continue à charger le milieu, ils correspondent à des états d'équilibre successifs.

## Surfaces de Rupture Verticale

Nous avons indiqué dès le début de cet article, la forme inhabituelle de la ligne de rupture. Considérons maintenant les lignes de rupture classiques et essayons de calculer la longueur maximum des droites verticales  $A_0A_2$ ,  $B_0B_2$  (Fig. 4).

$A_2$  et  $B_2$ , étant des points de contact des droites verticales issues des bords de fondation avec la courbe de la rupture normale.

$$B_0B_2 = A_0A_2 = h_{\max.} = \frac{e^{(\pi/4 - \phi/2) \tan \phi} B}{\sin(\pi/4 - \phi/2) \cdot 2}$$

Pour  $\phi$  voisin de 30 degrés, nous obtenons

$$A_0A_2 = B_0B_2 \approx 1.58B$$

On constate que cette valeur correspond pratiquement à celle que nous avons indiquée précédemment comme étant

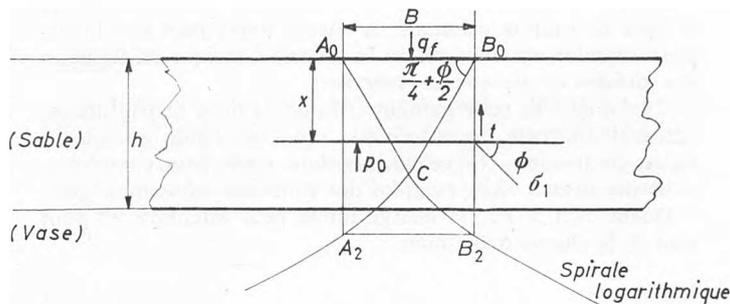


Fig. 4 Sable: sand  
Vase: soft clay

l'épaisseur limite à partir de laquelle les surfaces de glissement cessent de rester parallèles et verticales et commencent à diverger.

Nous en déduisons qu'au moins pour les épaisseurs relatives faibles, la ligne caractéristique verticale du réseau plastique est la ligne de glissement du système proposé.

## Résultats d'Expériences

Voici, Tableaux 1 et 2, les résultats d'expériences.

Tableau 1  
Cas de la rupture verticale  
Case with vertical rupture  
 $h < 1.5B$

Bcm	qf/p0 pour cent											
	5.8			4.9			3.9			2.6		
$\frac{h}{B}$	C1	C2	C3	C1	C2	C3	C1	C2	C3	C1	C2	C3
0.2	103	103	103	103	103	103	101	104	103			
0.4				107.5								
0.5	110.5	109	109	109			110			109		
0.8	102	121		120			122					
1	130	130	132	130	132	128	130	128	128	129	128	129
1.2	145	146	148	145			146			145	144	148
1.5	179	177	178	180	176	178	175	174	176	175	174	175

Les notations précédentes ont les significations ci-après:  
qf — g/cm<sup>2</sup> = contrainte de rupture à la surface du sol;

B — cm = largeur totale de la fondation; h — cm = épaisseur de la couche superficielle; et p<sub>0</sub> — g/cm<sup>2</sup> = pression au niveau de la couche sous-jacente.

Tableau 2  
Cas où  $1.5B < h < 3.5B$   
Case where  $1.5B < h < 3.5B$

Bcm	qf g/cm <sup>2</sup>											
	2.6			3.9			4.9			5.8		
$\frac{h}{2L}$	C1	C2	C3	C1	C2	C3	C1	C2	C3	C1	C2	C3
1.5	180	99	149	181	100	149	180	99	150	181	99	149
1.7	191	118	162	207	130	176	216	143	188	227	155	200
2	202	142	179	236	172	210	260	198	237	284	223	260
2.3	210	163	192	260	212	242	300	251	280	333	287	316
2.5	214	175	199	275	235	260	323	283	307	365	324	350
2.8	219	192	208	296	270	286	357	327	346	409	382	400
3	222	202	214	309	290	302	377	356	368	437	418	430
3.5	226	226	227	337	338	337	423	423	423	502	500	500

## Étude Théorique

Calculons l'équilibre du prisme rectangulaire formé par les deux plans de rupture verticaux (Fig. 4).

$$q_f \cdot B - p_0 \cdot B = 2h\tau$$

$\tau$  étant la contrainte de cisaillement le long de la ligne de rupture.

$$q_f \cdot B - p_0 \cdot B = 2h \cdot q_f \frac{\sin \phi}{\tan(\pi/4 - \phi/2)} \cdot e^{-(\pi/4 - \phi/2) \tan \phi}$$

$$p_0 = q_f \left[ 1 - \frac{2h}{B} \frac{\sin \phi}{\tan(\pi/4 - \phi/2)} \cdot e^{-(\pi/4 - \phi/2) \tan \phi} \right]$$

pour  $\phi = 37$  degrés

$$p_0 = q_f [1 - 0.15(2h/B)]$$

$$(q_f/p_0) = 1/[1 - 0.15(2h/B)]$$

en première approximation, nous pouvons écrire

$$p_0 = c(2 + \pi)$$

d'où

$$\frac{q_f}{c(2 + \pi)} = \frac{1}{1 - 0.3h/B}$$

Les résultats calculés à partir de la formule précédente, s'écartent très peu des résultats expérimentaux.

L'écart entre les deux courbes est très faible pour la valeur de  $h/B$  comprise entre 0 et 1.5. L'erreur relative maximum est de l'ordre de 10 pour cent. Elle peut provenir de ce que  $p_0$  est légèrement différent du taux de rupture superficielle de la couche sous-jacente et, aussi, du fait que les hypothèses théoriques ne sont pas vérifiées: homogénéité de la première couche, compressibilité de la couche inférieure (qui contient quelques bulles d'air), indéformabilité des parois verticales, massif non pesant.

Cette théorie est cependant la seule qui se rapproche des résultats expérimentaux et une erreur maximum de 10 pour cent est remarquable dans les applications pratiques de la mécanique du sol.

Au-delà de  $h/B = 1.5$  (1.58 théoriquement), la concordance cesse d'exister. Ceci est d'autant plus normal que les lignes de

rupture ne sont plus verticales. Il n'y a donc pas lieu de s'étonner de ce que le calcul proposé plus haut, ne se vérifie plus pour des épaisseurs de  $h$  supérieures à  $h_{\max}$ .

Nous donnons ci-après, des formules semi-empiriques, inspirées d'une part, des formules théoriques, et, d'autre part, directement des résultats d'essais.

(1)  $h < 1.5 \cdot B$  — L'amélioration du pouvoir portant peut être exprimée comme suit

$$q_f = (1 + a)p_0 = (1 + a)(2 + \pi)c$$

avec

$$a = 0.115(h/B)e^{(h/B)}$$

ou

$$a = \frac{\frac{2h/B \cdot \sin \phi \cos \phi}{1 + \sin \phi} e^{-(\pi/2 - \phi) \tan \phi} - 0.1}{1 - \frac{2h \sin \phi \cos \phi}{B(1 + \sin \phi)} e^{-(\pi/2 - \phi) \tan \phi}}$$

Pour une faible épaisseur d'apport, le coefficient de majoration  $a$  dépend du rapport  $h/B$  et non des deux termes pris isolément.

Tout se passe comme si le massif en place possédait une cohésion apparente  $(1 + a)c$  au lieu de  $c$ .

(2)  $h > 3.5B$  —

$$q_f = (1 - b)\gamma \frac{1}{2}BNq$$

avec

$$b = 13500e^{-3.35h/B}$$

$b$  est une fonction de  $h/B$  et vraisemblablement de la cohésion  $c$  du sous-sol.

Tout se passe comme si le sol, restant toujours pulvérulent, l'angle  $\phi$  diminuait légèrement.

(3)  $1.5 < h/B < 3.5$  —

$$N_r = 1.38 \frac{\gamma B}{2} Nq \left[ \left( \frac{h}{B} \right)^{\frac{1}{2}} - (1.5)^{\frac{1}{2}} \right] +$$

$$(2 + \pi)c[1.75 - 0.5(h/B)](1 + a_{1.5})$$

$a_{1.5}$  est la valeur de  $a$  pour  $h = 1.5B$  et est égal à 0.775.

### Conclusions

Les résultats expérimentaux que nous venons de présenter ainsi que les éléments théoriques qui y étaient associés, montrent

qu'un solide composé de deux couches différentes se rompt dans des conditions qui s'éloignent parfois beaucoup du milieu homogène semi-infini. La force portante limite s'en trouve parfois fortement diminuée; et nous avons souligné que certaines méthodes de calcul pouvaient devenir dangereuses.

Il est très difficile, dans un domaine si complexe, de donner une solution rigoureuse de tous les cas possibles. Mais l'intérêt de notre étude est d'avoir mis en évidence des surfaces de rupture tout à fait inhabituelles, d'avoir montré la correspondance avec la théorie classique et dans les cas intermédiaires d'avoir donné les formules semi-empiriques correspondantes.

De l'ensemble de nos travaux, nous pouvons dégager les conclusions suivantes:

(1) Tant que l'épaisseur de la couche superficielle ne dépasse pas une certaine valeur critique définie comme la longueur de la verticale partant de la surface libre jusqu'à sa rencontre avec la ligne de rupture classique, la charge limite peut être facilement calculée, en interprétant la théorie classique en fonction des surfaces de glissement observées.

(2) Au-delà de cette hauteur critique, la ligne de rupture est vraisemblablement constituée par plusieurs lignes caractéristiques combinées. Le calcul théorique étant trop complexes, nous proposons alors l'emploi des formules semi-empiriques.

Quand  $h/B > 3.5$ , la charge limite peut atteindre 92 pour cent de la charge maximum.

### Références

- CAQUOT, A. et KÉRISEL, J. (1949). *Traité de Mécanique du Sol*. Paris; Gauthier-Villars
- HABIB, P. (1951). Nouvelles recherches en mécanique des sols. *Ann. Inst. Bâtim.*
- et SUKLJE, L. (1954). Étude de la stabilité d'une fondation sur une couche d'argile d'épaisseur limitée. *Ann. Inst. Bâtim.* (Nov.)
- HANSEN, J. B. (1953). *Earth Pressure Calculation*. Copenhagen
- MANDEL, J. (1942). *Équilibres par Tranches Planes des Solides à la Limite d'Écoulement*. Imprimerie Louis-Jean Cyap
- TCHENG, Y. (1953). Étude de la stabilité d'un dépôt de minerais sur une couche d'argile molle d'épaisseur limitée. *C. R. 3ème Congrès International de Mécanique des Sols*. Tome II, p. 283 et tome III. Zürich
- (1956). *Thèse: Pouvoir portant d'un solide composé de deux couches plastiques différentes*