

INTERNATIONAL SOCIETY FOR SOIL MECHANICS AND GEOTECHNICAL ENGINEERING



This paper was downloaded from the Online Library of the International Society for Soil Mechanics and Geotechnical Engineering (ISSMGE). The library is available here:

<https://www.issmge.org/publications/online-library>

This is an open-access database that archives thousands of papers published under the Auspices of the ISSMGE and maintained by the Innovation and Development Committee of ISSMGE.

La Pression dans les Silos

Pressure in Silos

by A. CAQUOT, Membre de l'Académie des Sciences, Paris, France

Sommaire

Les pressions développées sur les parois des silos sont à préciser dans deux systèmes d'équilibre nettement différents.

Le premier, au remplissage, conduit à une pression tendant asymptotiquement vers une limite finie,

$$p = \gamma l \cot \delta (1 - e^{-h/b_1})$$

γ étant la densité apparente du milieu pulvérulent ensilé, δ l'angle de frottement avec la paroi, h la hauteur de la paroi du milieu ensilé au point considéré, l la demi-distance entre les parois verticales dans un silo indéfini ou le demi-rayon dans le cas d'un silo circulaire, b_1 une longueur égale à $2lK_p(\delta)/\sin 2\delta$ dans laquelle $K_p(\delta)$ est le coefficient de butée du milieu de frottement interne ϕ pour l'obliquité δ

$$K_p(\delta) = \frac{1 + \mu \sin \phi}{1 - \mu \sin \phi} \quad \text{avec } \mu = \left(1 - \frac{\tan^2 \delta}{\tan^2 \phi}\right)^{\frac{1}{2}}$$

Le deuxième système à la vidange conduit, pour la vidange centrale, à la pression principale à la paroi n_1 :

$$n_1 = \gamma(h_1 - h) + \gamma \frac{r}{K_p - 2} \left[1 - \left(\frac{r}{h_0}\right)^{K_p - 2}\right]$$

$h_1 - h$ étant la flèche d'une voûte cylindrique de rayon r , dans la largeur du silo, r étant la distance du point envisagé de la paroi jusqu'au centre de l'orifice de sortie; K_p est le coefficient de butée, $K_p = \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}\right)$, h_0 la hauteur totale du milieu au-dessus de l'orifice.

La pression sur la paroi est:

$$p = n_1 \frac{1 + \cos 2\lambda \sin \phi}{1 - \sin \phi}$$

λ étant l'angle du rayon r et de la paroi au point envisagé.

Les expériences de M. Reimbert sur des silos en vraie grandeur et de M. Buisson sur les modèles réduits avaient appelé l'attention sur l'augmentation de pression à la vidange. Elles concordent aussi avec les essais de Moss, Tachau et Mostafa.

Les efforts exercés par les matières emmagasinées dans les silos dépendent des moyens employés pour leur mise en place et pour leur extraction.

Par des organes permettant l'extraction par tranches sensible-

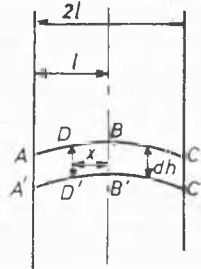


Fig. 1 Courbes conjuguées des pressions verticales dans un silo
Conjugate curves of the vertical pressures in a silo

ment horizontales avec des grains réguliers, comme ceux des céréales, il est possible, comme l'a montré M. Reimbert, d'obtenir des écoulements très réguliers avec des contraintes relativement faibles sur les parois.

Le calcul correct comprend deux parties.

Summary

The pressures developed on the walls of silos are determined accurately for two quite different equilibrium systems.

The first system, during filling up, leads to a pressure tending, asymptotically, to a finite limit:

$$p = \gamma l \cot \delta (1 - e^{-h/b_1})$$

where γ is the apparent density of the cohesionless material stored in the silo, δ the friction angle on the wall, h the height of wall of the stored material at the point under consideration, l half the distance between the vertical walls for an infinite silo, or half the radius for a circular silo, b_1 a length equal to $2lK_p(\delta)/\sin 2\delta$ where $K_p(\delta)$ is the passive pressure coefficient for material with internal friction ϕ acting at obliquity δ .

$$K_p(\delta) = \frac{1 + \mu \sin \phi}{1 - \mu \sin \phi} \quad \text{with } \mu = \left(1 - \frac{\tan^2 \delta}{\tan^2 \phi}\right)^{\frac{1}{2}}$$

The second system during emptying leads, for central emptying, to the main pressure on the wall n_1 :

$$n_1 = \gamma(h_1 - h) + \gamma \frac{r}{K_p - 2} \left[1 - \left(\frac{r}{h_0}\right)^{K_p - 2}\right]$$

where $h_1 - h$ is the rise of a cylindrical vault of radius r , in the width of the silo, r being the distance from an arbitrary point of the wall to the centre of the outlet hole; K_p is the coefficient for passive pressure $K_p = \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}\right)$, h_0 the total height of material above the outlet.

The pressure on the wall is:

$$p = n_1 \frac{1 + \cos 2\lambda \sin \phi}{1 - \sin \phi}$$

where λ is the angle between the radius r and the wall at point under consideration.

The tests made by Mr Reimbert on full-scale silos and by Mr Buisson on small models have called the attention to the increase of pressure during emptying.

They also agree with the tests of Moss, Tachau and Mostafa.

Dans la première, est étudiée la grandeur des efforts au remplissage.

Dans la deuxième, la réaction des parois, à la vidange, est influencée par la forme des orifices et leur position.

Nous établissons les réactions tout d'abord pour le silo indéfini dans la zone où les contraintes sont voisines des limites asymptotiques et par conséquent sensiblement constantes, puis nous étudions la variation de ces contraintes lorsqu'on se rapproche de la surface. Enfin, nous précisons les données physiques de la vidange.

Silo Indéfini Entre deux Plans Verticaux Parallèles

Considérons en premier lieu le silo indéfini formé par deux parois verticales planes distantes de $2l$, et dans ce silo une tranche à grande profondeur où les contraintes sont constantes.

Dans le volume du corps pulvérulent emmagasiné, la surface conjuguée de la contrainte verticale du tenseur en tous points est représentée dans la section droite verticale par une certaine courbe ABC (Fig. 1).

A la distance verticale infiniment petite dh , la surface conjuguée est $A'B'C'$ obtenue par translation, la contrainte étant constante.

Dans ces conditions les réactions exercées sur le volume $ABC C' B'A'$ s'équilibrent exactement sur les 2 parois ABC et $A'B'C'$ sollicitées l'une sur sa face supérieure, l'autre sur sa face inférieure.

Les autres forces en jeu doivent également se faire équilibre. Ce sont d'une part le poids de la matière pulvérulente de poids spécifique.

Cette force par unité de longueur perpendiculaire au plan de figure est

$$2\gamma l dh$$

Nous avons d'autre part les deux forces de frottement sur AA' et sur CC' ; si t_{∞} est la composante de la contrainte parallèle à la paroi, chacune de ces forces est $t_{\infty} dh$.

D'où pour la projection d'équilibre sur la verticale:

$$2\gamma l dh = 2t dh$$

et

$$t_{\infty} = \gamma l$$

Cette composante de cisaillement de la matière emmagasinée est donc à l'infini indépendante du coefficient de frottement—Si nous écrivons l'équilibre d'un élément de surface DD' parallèle à la surface et à la distance x , nous trouverons de même d'une façon générale:

$$t_{\infty} = \gamma x$$

Considérons sur ces éléments DD' la composante normale n_{∞} de la contrainte.

Elle est constante puisque les forces agissant sur les volumes et sur les surfaces ABC , $A'B'C'$ étant verticales ont une composante horizontale nulle.

Cette composante horizontale est déterminée par l'angle d'attaque δ de la contrainte sur la paroi, et en tous points elle est en grande profondeur:

$$n_{\infty} = t_{\infty} \cot \delta = \gamma l \cot \delta$$

Ces conditions sont celles d'un funiculaire à poussée constante et en charge constante; la courbe correspondante est par conséquent une parabole.

Donc, en grande profondeur, les surfaces conjuguées ABC des contraintes de direction verticale sont à section droite parabolique.

En A et en C , la parabole est déterminée par son obliquité δ sur la paroi. Par ces surfaces, se forment les voûtes qui reportent les charges sur les parois.

Il résulte de cet équilibre que les contraintes sur les éléments de surface DD' ont une composante normale constante $\gamma l \cot \delta$ et une composante tangentielle variable γx ce qui correspond bien comme enveloppe à la surface conjuguée parabolique ABC .

Silo Circulaire Indéfini de Révolution Autour d'un Axe Vertical

Les mêmes considérations conduisent à des résultats analogues; si nous représentons la grandeur du rayon de la section droite de la paroi par $2l$ nous obtenons également:

$$n_{\infty} = \gamma l \cot \delta, \quad t_{\infty} = \gamma x$$

x étant la demi-distance du point envisagé à l'axe, les surfaces conjuguées sont les calottes paraboliques de révolution d'obliquité δ sur la paroi.

Silo de Hauteur Finie

L'équilibre du milieu pulvérulent sera encore réalisé en tous points en toute rigueur si, la surface libre étant l'une des surfaces conjuguées qui vient d'être définie, le tenseur des contraintes est en tous points sur les éléments verticaux DD' , proportionnel au tenseur en profondeur infinie

$$n = Kn_{\infty} \quad t = Kt_{\infty}$$

le coefficient K fonction de la profondeur h , résultant de l'équi-

libre de chaque tranche entre deux surfaces conjuguées infiniment voisines distantes de dh .

Dans la figure précédente qui représenterait cette fois ABC à une profondeur h , le coefficient serait K , et il serait pour $A'B'C'$, $K + dK$ à la profondeur $h + dh$.

Les forces en jeu pour le volume entre ABC et $A'C'B'$ sont pour le silo à faces parallèles.

Le poids

$$2\gamma l dh$$

La réaction latérale

$$- 2K\gamma l dh$$

La réaction sur la surface conjuguée est verticale par définition et par suite de la forme de la courbe funiculaire elle est constante par unité de surface projetée sur l'horizon; nous représenterons donc la force correspondante par $+ 2Kv x$, v étant une constante ayant la dimension d'une pression.

Sur la surface inférieure de $A'B'C'$, K ayant la valeur $K + dK$, nous aurons pour force $- 2(K + dK)v x$.

Bref, l'équation d'équilibre s'écrit pour la section entière avec $x = l$

$$2\gamma l dh = 2K\gamma l dh + 2(K + dK)vl - 2Kvl$$

ou

$$(K - 1)\gamma dh = -v dK$$

d'où

$$\frac{dK}{K - 1} = \frac{\gamma}{v} dh$$

La solution classique de cette équation est

$$K - 1 = e^{-(\gamma/v)h}$$

K étant nul à la surface et égal à 1 à la profondeur infinie. v/γ est une longueur constante que nous représenterons par b .

Ce qui nous permet d'écrire les valeurs de K suivant le rapport h/b

$\frac{h}{b}$	0	0.2	0.5	1	2	3	4	5
K	0	0.1813	0.3935	0.6321	0.8647	0.9502	0.9817	0.9933

Dès que la grandeur de b est déterminée par la connaissance de v , les réactions sont connues sur les parois.

Ces données sont également valables pour les silos cylindriques de révolution.

Le problème à résoudre consiste dans la détermination de v .

Le Remplissage du Silo

Le plus souvent, ce remplissage se produit par chute libre, d'un point central ou en pluie.

Le poids spécifique est alors augmenté par cette opération dans les zones basses, ainsi que le frottement.

Les très nombreuses expériences que nous avons relatées dans notre *Traité de Mécanique des Sols*, sur le frottement des milieux pulvérulents, montrent que le coefficient de frottement interne $\tan \phi$ est sensiblement proportionnel à l'inverse de l'indice des vides qui se déduit immédiatement du poids spécifique apparent γ et du poids spécifique absolu de la matière emmagasinée.

Le coefficient de frottement à la paroi $\tan \delta$ peut être le coefficient de frottement interne si la paroi est rugueuse ou ondulée, le glissement se faisant au voisinage de la paroi entre les grains mêmes de la matière; il peut être plus faible si la paroi est lisse et atteindre seulement la valeur des coefficients de frottement de contact direct.

De la formule $n = t \cot \delta$ il résulte dans tous les cas que la réaction n sur la paroi est la plus faible avec la paroi rugueuse ou ondulée. Même dans ce cas, l'angle à la paroi est inférieur à ϕ , la compacité étant moindre au voisinage de la paroi, et, du fait que le coefficient de frottement interne augmente avec la

profondeur, il en résulte en outre que la pression augmente moins vite que le coefficient Kv ci-dessus qui correspond à un coefficient de frottement constant.

La valeur de la charge Kv par unité de surface projetée sur toute surface conjuguée ABC détermine sur l'élément ds d'aire projetée $ds \cos \alpha$ une force élastique $Kv ds \cos \alpha$.

$Kv \cos \alpha$ est donc la contrainte sur ABC de direction verticale.

Sa conjuguée sur l'élément DD' est d'après ce qui a été donné précédemment :

$$K\gamma l \cot \delta / \cos \alpha$$

Nous traduisons la condition d'existence du milieu pulvérulent en écrivant que leur rapport est compris entre le coefficient de butée et le coefficient de poussée et cela pour un point quelconque de la surface ABC , c'est-à-dire pour toute valeur de l'obliquité α comprise entre 0 et δ .

$$K_{p(\alpha)} > \frac{v \cos^2 \alpha}{\gamma l \cot \delta} > K_{a(\alpha)}$$

ou
$$\frac{K_{p(\alpha)}}{\cos^2 \alpha} \geq \frac{v}{\gamma l \cot \delta} > \frac{K_{a(\alpha)}}{\cos^2 \alpha}$$

La plus petite valeur de $(K_{p(\alpha)})/(\cos^2 \alpha)$ est $(K_{p(\delta)})/(\cos^2 \delta)$ et la plus grande valeur de $(K_{a(\alpha)})/(\cos^2 \alpha)$ est $(K_{a(\delta)})/(\cos^2 \delta)$, l'équilibre sera donc rompu tout d'abord à la paroi.

La valeur limite supérieure de v est ainsi

$$v_1 = \gamma l \cot \delta (K_{p(\delta)})/(\cos^2 \delta) = (2\gamma l K_{p(\delta)})/(\sin 2\delta)$$

et sa valeur limite inférieure

$$v_2 = (2\gamma l)/(\sin 2\psi) K_{a(\delta)}$$

La première correspond à l'équilibre de poussée sur la paroi et la longueur ce qui détermine la décroissance de la contrainte à la paroi est v_1/γ

$$b_1 = 2l \frac{K_{p(\delta)}}{\sin 2\delta}$$

La deuxième correspond à l'équilibre de butée sur la paroi et la longueur b est beaucoup plus faible.

$$b_2 = 2l \frac{K_{a(\delta)}}{\sin 2\delta}$$

ce qui conduit à de plus fortes pressions.

La plus forte valeur b_1 est celle du remplissage quand les couches s'appuient successivement les unes sur les autres.

La plus faible valeur b_2 est celle de la vidange quand les couches inférieures s'écoulent tout d'abord par le jeu de l'orifice inférieur.

La Vidange du Silo

Mais les pressions les plus fortes ne se développent pas nécessairement au début de la vidange. Le nouveau système d'équilibre dans l'écoulement dépend de la position de l'orifice.

Si celui-ci est formé d'un tube axial de toute la hauteur du silo, alimenté latéralement par des trous sur toute la hauteur, suivant le dispositif ingénieux imaginé par M. Reimbert, l'écoulement par tranches ne provoque aucune surpression.

Des orifices inférieurs disposés sur tout le contour du périmètre déterminent par la descente le long des parois les pressions résultant de l'équilibre de vidange qui vient d'être défini.

L'écoulement par l'orifice central d'une trémie détermine des pressions plus défavorables. Le glissement le long des parois s'arrête par la réaction de la trémie, et il se produit un écoulement central en cheminée autour de l'axe du silo jusqu'à la surface supérieure. Peu à peu, la flèche de celle-ci diminue puis s'inverse. Lorsque la courbure centrale de cette surface est faible, la pression qui s'établit est au coefficient de butée j , et il se forme dans la masse des voûtes autour de l'orifice.

Nous avons étudié, l'équilibre correspondant, à propos des souterrains dans notre *Traité de Mécanique des Sols*.

h_0 étant la distance sur l'axe entre l'orifice et la surface libre, r la distance à l'orifice d'un point quelconque M , h sa distance verticale, γ l'angle du rayon r avec l'axe ou avec la paroi latérale (Fig. 2).

Nous exprimons les tenseurs d'équilibre de la façon suivante dans le système plan d'un silo limité par les 2 plans indéfinis AB et CD dans la figure ci-contre.

Les pressions principales données dans notre traité sont celles du sommet des surfaces cylindriques, n_1 sur celles-ci, et n_2 sur les méridiennes.

Elles sont à majorer de $h_1 - h$ en tous points en dehors de l'axe.

h étant la hauteur du point au-dessus de l'orifice et h_1 la hauteur de la même nappe cylindrique dans l'axe du silo.

Nous avons donné l'expression de ces grandeurs dans notre *Traité de Mécanique des Sols*. — Elle s'écrit ici :

$$n_1 = \gamma(h_1 - h) + \gamma \frac{r}{K_p - 2} \left[1 - \left(\frac{r}{h_0} \right)^{K_p - 2} \right]$$

$$n_2 = \gamma(h_1 - h) + \gamma r \frac{K_p}{K_p - 2} \left[1 - \left(\frac{r}{h_0} \right)^{K_p - 2} \right]$$

et de ces 2 pressions principales sur les directions rayonnantes

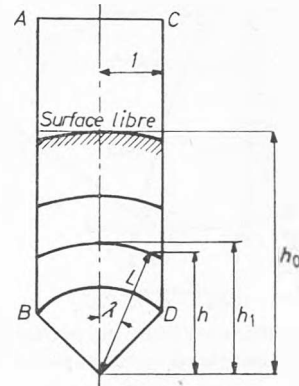


Fig. 2 Mécanisme de la vidange dans les silos
Mechanism of emptying in a silo

et cylindriques nous déduisons immédiatement la pression sur les parois.

En désignant par λ l'angle du rayon r avec l'axe du silo la pression sur la paroi est :

$$p = n_1 \frac{1 - \cos^2 \lambda \sin \phi}{1 - \sin \phi}$$

et c'est cette pression qui correspond à l'écoulement par un orifice inférieur axial.

Silo Circulaire

Si nous considérons un silo circulaire au lieu d'un système à 2 dimensions, n_1 s'écrit dans le système sphérique correspondant en remplaçant K_p par $2K_p$.

$$n_1 = \gamma(h_1 - h) + \frac{\gamma r}{2K_p - 2} \left[1 - \left(\frac{r}{h_0} \right)^{2K_p - 2} \right]$$

L'exemple numérique qui suit montre la facilité d'obtenir les résultats des pressions qui se développent aussi bien au remplissage qu'à la vidange.

Silo Polygone Régulier

Les pressions sont un peu plus fortes que celles qui se développent dans un silo circulaire de même rayon hydraulique, parce que les pressions dans les angles sont plus faibles qu'au milieu des côtés. Les pressions à prendre en compte pour le

calcul des parois sont celles d'un silo circulaire de rayon $R = 2l = (R_c + 2R_i)/3$.

R_i étant le rayon du cercle inscrit dans le polygone régulier et R_c le rayon du cercle circonscrit.

Silo Rectangulaire

On pourra, pour le calcul de flexion des parois le considérer comme formé de 2 demi-silos carrés, raccordés par une tranche de silo indéfinie, celle-ci déterminant les pressions plus élevées correspondantes.

Exemple Numérique de Calcul d'un Silo Cylindrique (Fig. 3)

Silo de 5 m de diamètre d'où

$$l = 1.25$$

Rempli de blé:

$$\gamma = 0.8$$

$$\phi = 26 \text{ degré} \quad \delta = 21.2 \text{ degré}$$

Paroi cylindrique de 10 m de hauteur — Trémie à 45 degré — orifice central.

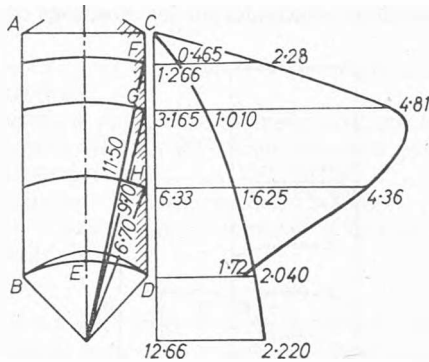


Fig. 3 Exemple numérique: épure des pressions dans un silo
Numerical example: diagram of pressures in a silo

Pressions asymptotiques $n_\infty = \gamma l \cot \delta = 1.25 \times 0.8 \times 2.568 = 2.563$

$$K_{p(\delta)} = \frac{1 + \mu \sin \phi}{1 - \mu \sin \phi} \text{ avec } \mu = \sqrt{1 - \frac{\tan^2 \delta}{\tan^2 \phi}} = (1 - 0.64)^{1/2} = 0.6$$

$$K_{p(\delta)} = \frac{1 + 0.6 \times 0.438}{1 - 0.6 \times 0.438} = \frac{1.2628}{0.7372} = 1.71$$

$$b = \frac{2lK_{p(\delta)}}{\sin 2\delta} = \frac{2.5 \times 1.71}{0.674} = 6.33$$

Nous avons tracé sur la figure les niveaux

$$0.2b = 1.266 \quad 0.5b = 3.165 \quad b = 6.33 \quad \text{et} \quad 2b = 12.66$$

pour lesquels les pressions sont en t/m²

$$\begin{array}{cccc} 0.1813n_\infty & 0.3935n_\infty & 0.6321n_\infty & 0.8647n_\infty \\ 0.465 & 1.010 & 1.625 & 2.22 \end{array}$$

Ce qui permet de tracer le diagramme sur les parois verticales.

Effort sur les trémies — Au niveau BD nous lisons sur le diagramme la pression latérale 2.040, ce qui donne sur la surface BED d'aire projetée 19.64 m², une action verticale

$$K_{tS} = p \frac{K_{p(\delta)}}{\cos^2 \delta} S = 2.04 \times \frac{1.71}{0.932^2} \times 19.64 = 78.6$$

La flèche f est

$$1.25 \times 0.390 = 0.488 \text{ m}$$

et le volume OBED est

$$\frac{19.64}{3} (0.488 \times 2 + 2.50) = 22.8 \text{ m}^3$$

dont le poids est

$$22.8 \times 0.8 = 18.$$

D'où sur la trémie l'effort total

$$18 + 79 = 97T$$

Tels sont les efforts au remplissage.

Efforts à la Vidange

La hauteur, quand la surface libre sera de faible courbure, sera $h_0 = 12.50$ dans le milieu $\phi = 26$ degré,

$$K_p = 2.56, \quad 2K_p - 2 = 3.12$$

$$\text{en F:} \quad r = 11.50, \quad h_1 - h = 0.275$$

$$n_1 = 0.8 \times 0.275 + 0.8 \times \frac{11.50}{3.12} \left[1 - \frac{(11.50)^{3-12}}{12.50} \right] = 0.22 + 0.68 = 0.90$$

$$\lambda = 12.5 \text{ degré}, \quad \cos 25 \text{ degré} = 0.906$$

$$P_1 = n_1 \frac{1 + \cos 2\lambda \sin \phi}{1 - \sin \phi} = \frac{1 + 0.906 \times 0.438}{0.562} n_1 = 2.53 n_1 = 2.287 \text{ t/m}^2$$

en G: $r = 9.70$, $h_1 - h = 0.385$, $\lambda = 15$ degré, $\cos 30$ degré = 0.866

$$n_1 = 0.8 \times 0.335 + 0.8 \times 9.70 \left[1 - \frac{(9.70)^{3-12}}{12.50} \right] / 3.12 = 0.26 + 1.70 = 1.96$$

$$p = n_1 \frac{1 + 0.866 \times 0.438}{0.562} = 2.45 n_1 = 4.81$$

en H: $r = 6.70$, $h_1 - h = 0.48$, $\lambda = 22$ degré, $\cos 44$ degré = 0.72

$$n_1 = 0.8 \times 0.48 + 0.8 \times \frac{0.70}{3.12} \left[1 - \frac{(9.70)^{3-12}}{12.50} \right] = 0.384 + 1.476 = 1.860$$

$$p = n_1 \frac{1 + 0.72 \times 0.438}{0.562} = 2.34 n_1 = 4.36$$

en D: $r = 3.53$, $h_1 - h = 1.04$, $\lambda = 45$ degré, $\cos 90$ degré = 0

$$n_1 = 0.8 \times 1.04 + 0.8 \times \frac{3.53}{3.12} \left[1 - \frac{(3.53)^{3-12}}{12.5} \right] = 0.832 + 0.888 = 1.720$$

Sur la trémie en ce point la pression est:

$$p = n_1 = 1.72$$

Comme on le voit, la surpression de vidange correspond à la partie haute des silos, la pression maximum dépassant la pression asymptotique du remplissage. A la trémie, la pression est diminuée, elle va de 0 à l'orifice à 1.72 sur le bord.

Les expériences faites par M. Buisson ont montré antérieurement ce gonflement supérieur très important du diagramme, et ces expériences cadrent avec le calcul dans la partie supérieure du diagramme.

L'augmentation de la pression accroissant la compacité améliore le frottement et tend à diminuer les valeurs du diagramme.

Il en est de même de la compressibilité souvent très importante dans le milieu pulvérulent.

Il en résulte à mi-hauteur une diminution de la surpression latérale, et les expériences le confirment.

Le calcul permet donc de prévoir une limite des pressions dangereuses dans tous les cas.

Les bases de calcul que nous avons présentées nous sont confirmées par des expériences dont nous venons d'avoir connaissance.

TACHAU et MOSTAFA (1954) ont décrit des mesures effectuées sur les structures d'ensemble de silos à charbon.

Les efforts unitaires de pression à la paroi n'ont pas été déterminées, mais les diagrammes relatifs aux flexions d'ensemble montrent que les pressions dépendent essentiellement de la forme de la surface libre et de la profondeur du charbon.

La surface libre convexe donne des efforts plus grands que la surface libre concave, comme le veut la théorie générale.

Les pressions maxima qui se développent au moment de l'invention des courbures de la surface libre, par le début de la vidange n'ont pas été mesurées.

D'autre part les essais effectués par Moss (1955) sur un silo à sciure de large diamètre, malheureusement de faible profondeur, diamètre = 160', profondeur = 93', ont donné les résultats suivants: essais de cisaillement, avec les appareils de Skempton et Bishop, ont donné pour cohésion et frottement à l'origine quelle que soit la vitesse de rupture:

$$\phi = 31 \text{ degré}, \quad c = 0.076 \text{ kg/cm}^2$$

et après une longue consolidation une cohésion décuplée:

$$\phi = 36 \text{ degré}, \quad c = 0.76 \text{ kg/cm}^2$$

La pression latérale est indiquée comme correspondant au facteur 0.4 par rapport à la pression nominale sur le plan horizontal égale à hd .

Le fond plat du silo limite la pression latérale par le frotte-

ment qu'il permet, cette diminution régnant progressivement sur le cinquième inférieur de la hauteur h .

Sur les 4/5, la pression latérale suit bien la loi que nous avons donnée croissant moins vite que la profondeur (voir le graphique 134 de cette publication).

Notre calcul donne, en suivant exactement notre exemple numérique, pour coefficient de poussée à l'origine:

$$K_{a(\delta)} \cos^2 \delta \quad \text{ou} \quad \frac{K_{a(\delta)}}{1 + \tan^2 \delta}$$

Près de la surface libre pour $\phi = 31$ degré et $\tan \delta = 0.8$; $\tan \phi = 0.8 \times 0.601$

$$K_{a(\delta)} = \frac{1 - 0.6 \sin \phi}{1 + 0.6 \sin \phi} = \frac{1 - 0.6 \times 0.515}{1 + 0.6 \times 0.515} = 0.528$$

et

$$\frac{K_{a(\delta)}}{1 + \tan^2 \delta} = \frac{0.528}{1 + 0.64 \times 0.601^2} = 0.429$$

ce qui est très voisin de la valeur indiquée, arrondie à 0.400.

References

- Moss, E. T. (1955). The design of a raw-sugar silo. *Conference on the Correlation between Calculated and Observed Stresses and Displacements in Structures*, Paper No. 11, Group 2. Institution of Civil Engineers.
- TACHAU, H. and MOSTAFA, M. (1954). Field data for the structural design of coal bunkers. *Amer. Soc. Chem. Eng.*, Separate No. 430