

INTERNATIONAL SOCIETY FOR SOIL MECHANICS AND GEOTECHNICAL ENGINEERING



This paper was downloaded from the Online Library of the International Society for Soil Mechanics and Geotechnical Engineering (ISSMGE). The library is available here:

<https://www.issmge.org/publications/online-library>

This is an open-access database that archives thousands of papers published under the Auspices of the ISSMGE and maintained by the Innovation and Development Committee of ISSMGE.

Influence de la variation de la contrainte principale moyenne sur la résistance au cisaillement des sols

Influence of the Variation of the Average Principal Stress Upon the Shearing Strength of Soils

par P. HABIB, ancien élève de l'Ecole Polytechnique, docteur ès-sciences, chef de la Section de Recherches de Mécanique du Sol aux Laboratoires du Bâtiment et des Travaux Publics, 12, rue Brancion, Paris XV^e, France

Sommaire

Les essais de rupture d'éprouvettes par compression, par traction, par torsion dans l'appareil triaxial, permettent de donner à la contrainte intermédiaire une valeur égale à la plus petite ou à la plus grande des contraintes principales, ou comprise entre ces deux valeurs extrêmes.

Les études ont porté en premier lieu sur des sables; on a mesuré, pour un sable déterminé, la variation de l'angle de frottement interne en fonction de la contrainte intermédiaire, et on a cherché à déterminer le sens des variations de volume en cours d'essai.

A la différence de ceux sur les sables, les essais sur argile préconsolidée ont été des essais rapides sans expulsion d'eau, et les contraintes mesurées sont des contraintes totales; mais, l'influence de la contrainte intermédiaire ne doit pouvoir s'expliquer qu'en tant que contraintes intergranulaires.

Dans le cas des limons les résultats ne sont pas nets, car les essais de rupture ne sont ni parfaitement lents, ni parfaitement rapides.

Introduction

Dans la représentation de *Mohr*, la contrainte principale moyenne n'a pas d'influence sur la résistance au cisaillement. De nombreux auteurs (*Taylor*, 1948) lui ont cependant attribué une certaine importance. La présente étude a été effectuée pour pouvoir disposer de certaines précisions expérimentales.

Pour étudier l'influence de la valeur de la contrainte principale moyenne sur la résistance au cisaillement des sols, il nous a paru nécessaire de nous placer dans des conditions de contraintes bien définies. Les essais de compression, de traction, de torsion, permettent de soumettre une éprouvette à un champ de contraintes dont les éléments sont parfaitement connus en tous points: ils sont particulièrement bien adaptés à une telle étude.

Nos essais ont porté sur des sables, des argiles et des limons; nous n'indiquerons pas ici les résultats obtenus sur les limons (*Habib*, 1952), qui sont moins nets, sans doute à cause de la circulation de l'eau interstitielle dans l'échantillon pendant l'essai.

Summary

The testing of samples to rupture under compression, tension and torsion in the triaxial compression apparatus, enables us to impart to the intermediate stress a value equal to the smallest or the largest of the principal stresses, or a value between the two limiting values.

Firstly, studies were made on sands. For a determined sand, the variation of the angle of internal friction was measured and it was attempted to determine the direction of volume variations occurring during the test.

Unlike tests on sand, tests on preconsolidated clay were short-time tests without expulsion of water and the stresses measured are total stresses. But the influence of the intermediate stress can be explained only as intergranular stresses.

In the case of silts the results are not clearly defined, as the rupture tests are neither entirely short-time nor entirely long-time tests.

Sable

Essais triaxiaux: Dans un essai triaxial classique, la contrainte moyenne est égale à la plus petite des contraintes principales. Si, au cours d'un essai triaxial, nous augmentons la pression latérale, ou si nous diminuons la contrainte verticale, la rupture est obtenue avec allongement de l'éprouvette et la contrainte principale moyenne est égale à la plus grande contrainte principale. Si nous reportons les résultats sur un diagramme de *Mohr*, nous constatons que la résistance au cisaillement obtenue au cours de cet essai qui correspond à une traction est plus faible que celle qui est obtenue dans les ruptures par compression triaxiale.

Nos essais ont été effectués avec des éprouvettes de sable dont la compacité à la mise en place était sensiblement constante et nous avons vérifié que l'architecture des grains était isotrope (*Habib*, 1951). Nous avons trouvé, par exemple, pour le sable de Leucate qui est un sable à grains ronds bien calibré $\varphi_1 = 38^\circ$, $\varphi_2 = 30^\circ$; pour un sable de rivière à granulométrie continue et à grains ronds $\varphi_1 = 39^\circ$, $\varphi_2 = 30^\circ$; pour le sable

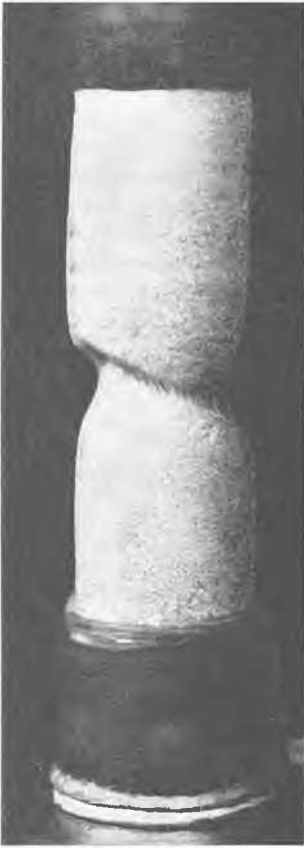


Fig. 1 Eprouvette de sable après essais de traction
Sand Sample After Traction Test

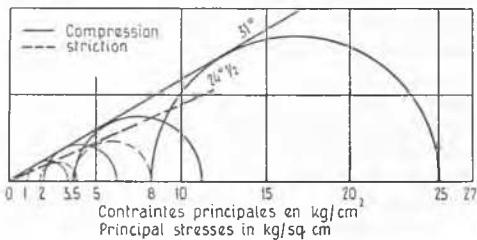


Fig. 2 Cisaillement triaxial à étreinte latérale constante. Sable de Fontainebleau $d_s = 1,54$
Triaxial Shear With Constant Lateral Confinement. Fontainebleau Sand $d_s = 1.54$

de Fontainebleau, sable très calibré à grains anguleux, lorsque la densité sèche initiale est voisine de la densité critique $\varphi_1 = 31^\circ$, $\varphi_2 = 24\frac{1}{2}^\circ$; l'indice 1 correspond aux essais du type compression, l'indice 2 aux essais du type traction (Figs. 1 et 2); pour ce sable, l'angle de frottement interne déterminé par le cisaillement direct est voisin de 31° à la densité critique.

Les Figs. 3 et 4 indiquent les variations de hauteur et de volume correspondant aux différents essais effectués sur la même éprouvette. Les résultats sont identiques si nous commençons par une striction et non par une compression. Ils sont indépendants de la compressibilité du fluide de l'appareil triaxial, ainsi que du mode d'application des charges, que ce soit augmentation ou diminution de la contrainte latérale $N_1 = N_2$ ou axiale N_3 . D'une façon générale, on constate que le volume de l'éprouvette commence par diminuer, puis augmente à la fin de l'essai lorsqu'on approche de la rupture. Ces résultats sont indépendants de la dimension des éprouvettes, ainsi que de la répartition granulométrique du sable.

Nous avons cherché à utiliser d'autres critères de rupture comme l'énergie de déformation, le point de courbure maxi-

um de la courbe efforts-déformations, ou le changement de sens de la variation de volume, et nous avons tracé les cercles de Mohr correspondant à ces états d'équilibre. Les enveloppes de ces cercles sont alors des droites et nous avons constaté que les domaines ainsi définis sont plus grands pour les essais avec raccourcissement de l'éprouvette que pour les essais avec allongement de l'éprouvette. Ainsi il semble bien que la propriété signalée soit caractéristique des milieux pulvérulents.

Essais de torsion: Pour étudier l'influence d'une contrainte principale comprise entre les contraintes principales extrêmes, nous avons utilisé les essais de torsion. Une éprouvette cylindrique de sable est enfermée dans une gaine extrêmement mince et étanche. Une pression hydrostatique, exercée sur l'éprouvette lui donne une cohésion apparente. Une extrémité de l'éprouvette étant fixe, on applique un couple croissant à l'autre extrémité jusqu'à la rupture. On interprète les résultats dans l'hypothèse de la plasticité parfaite:

$$C = \int_0^R t \cdot 2\pi r^2 dr = \frac{2\pi}{3} R^3 \cdot t$$

C = couple appliqué

R = rayon de l'éprouvette

t = résistance au cisaillement.

En superposant aux deux premiers systèmes de sollicitation une compression simple ou une traction simple, nous pouvons aisément faire varier la valeur relative de la contrainte principale moyenne. Les trois cercles de Mohr correspondant à ces

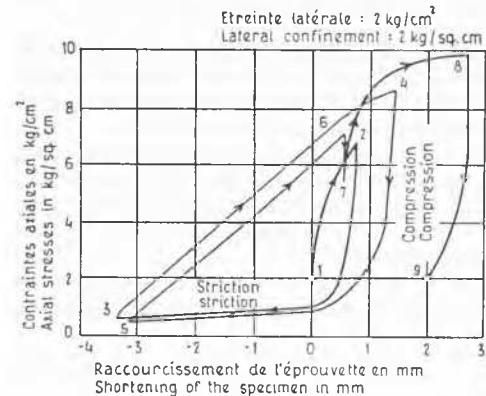


Fig. 3 Relation: effort axial, déformation d'un échantillon de sable de rivière. Hauteur de l'éprouvette 87 mm
Relation: Axial Stress, Deformation of a River Sand Sample. Height of Test Sample 87 mm

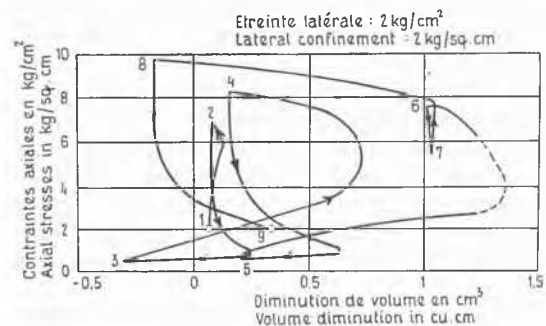


Fig. 4 Relation: effort axial, variation de volume (volume de l'éprouvette 83 cm³)
Relation: Axial Stress, Volume Variation (Sample Volume 83 cm³)

différents essais sont obtenus par une construction classique (Fig. 5). Reprenant un dispositif de *Liang Sheng Chen* (1948), nous avons utilisé la pression atmosphérique pour la mise en place ainsi que pour les essais de rupture sous une pression extérieure inférieure à 1 kg/cm². Pour les pressions plus élevées, l'échantillon était placé dans l'appareil triaxial (Fig. 6). Un élargissement de l'éprouvette est prévu à chaque extrémité pour éviter le cisaillement au niveau des bases (Fig. 7).

Il ne faut pas négliger dans cet essai la présence de la gaine qui crée, le long du bord extérieur de la surface de rupture, une résistance au cisaillement parasite qui s'ajoute à celle de l'éprouvette de sable. Le moment correspondant au cisaillement du caoutchouc est relativement important puisque la gaine est située à la distance *R* de l'axe de l'éprouvette. Ce terme correctif correspondant est difficile à mesurer. Sa valeur varie avec la position relative de la contrainte moyenne qui change l'aspect de la rupture. Pour l'éliminer, nous avons fait l'hypothèse que la résistance parasite du caoutchouc est indépendante de la pression et nous avons effectué des séries d'essais en faisant varier la pression extérieure.

Si nous appelons λ le rapport $\frac{N_2 - N_1}{N_3 - N_1}$ fixant la position relative de la contrainte intermédiaire, nous pouvons envisager différentes familles de cercles de *Mohr* de rupture correspon-

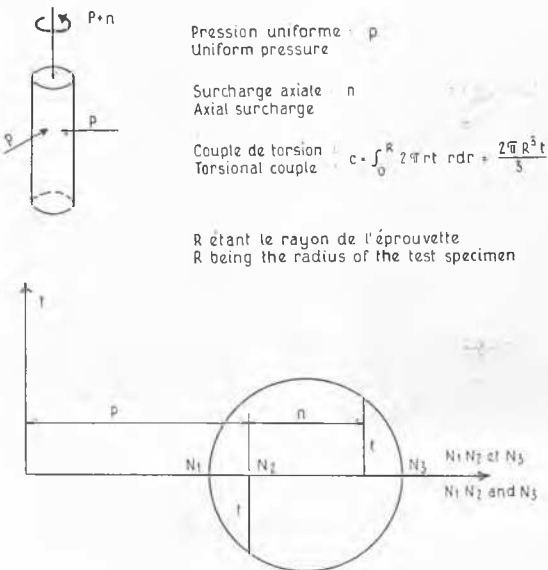


Fig. 5 Construction du cercle de Mohr dans un essai de torsion avec surcharge
Construction of Mohr's Circle in a Torsion Test with Overloading

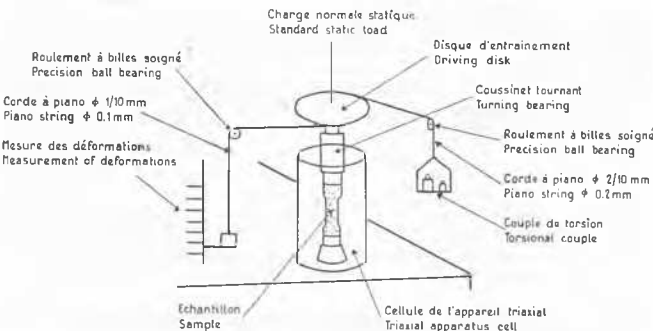


Fig. 6 Montage de l'essai de torsion sous étreinte
Assembly of Confined Torsion Test

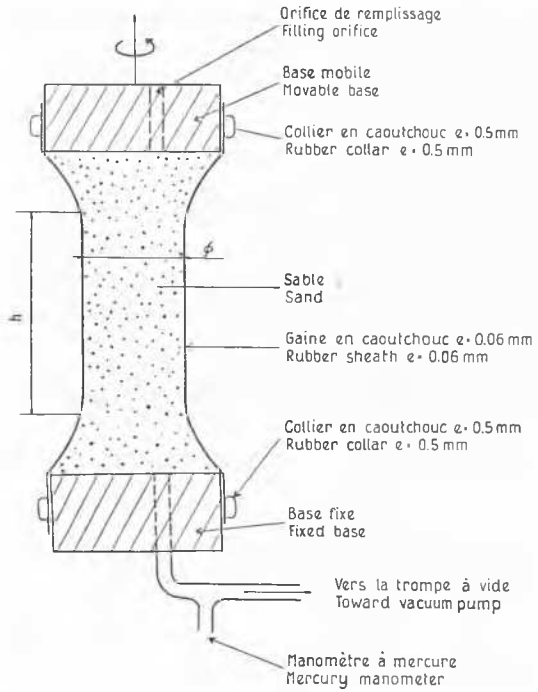


Fig. 7 Montage de l'essai de torsion
Assembly of Torsion Test

nant à un λ constant. L'enveloppe des cercles de chaque famille est à peu près rectiligne (Fig. 8); son ordonnée à l'origine correspond à l'effort de cisaillement de la gaine supposé constant dans le mode opératoire correspondant à la valeur de λ . Pour la commodité du langage, nous désignerons sa pente par $\text{tg } \varphi$ bien que nous ne puissions pas parler d'angle de frottement interne.

Dans les conditions expérimentales ainsi définies, nous avons constaté que φ variait avec λ . Le tableau ci-dessous résume une série d'essais effectués avec du sable de Fontainebleau.

Tableau 1

		Com- pres- sion	Torsions					Stric- tion
Caracté- ristiques des essais	Pression laté- rale kg/cm ²	5	5	5	5	5	5	
	Contrainte axiale kg/cm ²	16	13	10	5	4	3	2
Résultats des essais	Couple total kg · cm	0	33,9	43,5	32,5	25,5	17,5	0
	Résistance au cisaillement totale, kg/cm ²	0	3,09	3,96	2,96	2,32	1,59	0
	Résistance au cisaillement paras., kg/cm ²	0	0,2	0,3	0,4	0,3	0,2	0
Interpré- tation	φ en degré	32	33	36	31	28	27	25
	λ	0	0,09	0,22	0,50	0,62	0,80	1

La Fig. 9 indique la variation de φ en fonction de λ .

Nous avons cherché si on pouvait vérifier la relation

$$\varrho = \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}$$

d'après l'orientation de la surface de rupture; malheureusement, dans les essais de torsion, cette surface n'est pas

plane (Fig. 10) et la vérification reste qualitative: le pas de la spirale varie avec l'inclinaison des contraintes principales.

Enfin nous avons cherché à mesurer la variation de volume d'une éprouvette de sable pendant un essai de torsion. Le principe de l'essai et la variation de volume sont indiqués sur la Fig. 11. Le volume diminue au début de l'essai. Sa valeur relative $\frac{\Delta V}{V}$ est voisine de $\frac{1}{1000}$, c'est-à-dire du même ordre que ce que l'on obtient dans un essai triaxial ordinaire sur une éprouvette de même volume (branche 1,2 de la Fig. 4). Enfin, comme dans l'essai ordinaire, le volume augmente fortement à l'approche de la rupture.

Conclusions: Les résultats ainsi obtenus sont difficiles à expliquer d'une façon satisfaisante; ils sont peut-être dus à des

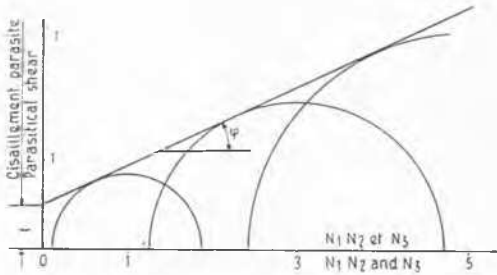


Fig. 8 Enveloppe d'une famille de cercles de Mohr correspondant à un λ constant
Shell of a Group of Mohr's Circles Corresponding to a Constant λ

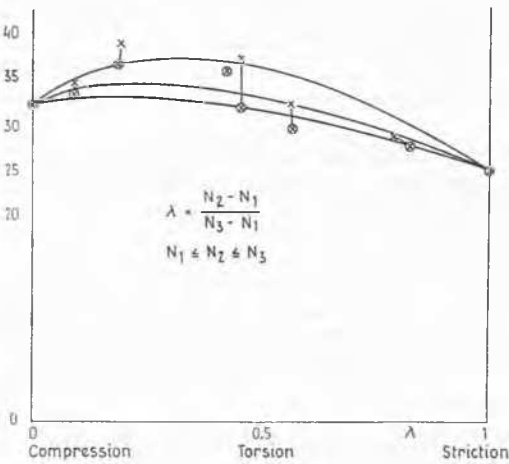


Fig. 9 Variation de φ en fonction de la position relative de la contrainte moyenne
Variation of φ in Function of the Relative Position of the Mean Stress

variations anisotropes de la compacité du sable au voisinage des plans de glissement, l'angle de frottement interne étant assujéti à une relation de la forme $\text{tg } \varphi = \frac{K}{\varepsilon}$. Cette variation

pouvant être localisée en certain point de l'éprouvette il est très difficile de la mettre en évidence expérimentalement. Toutefois, dans les essais triaxiaux, si à partir d'un état de contrainte uniforme nous augmentons ou diminuons la contrainte axiale, par exemple, on peut admettre que les variations de volume qui peuvent se produire localement soient de sens contraire et expliquer ainsi l'ordre de grandeur des valeurs trouvées.

Enfin, signalons que les résultats obtenus ne sont pas en opposition avec ceux qui ont été obtenus sur d'autres maté-

riaux. Ainsi (Rôs et Eichinger, 1928) pour le mortier de ciment le domaine de stabilité est plus grand de 5 à 10% pour les essais du type compression que pour ceux du type traction. Le mortier est, parmi les corps cohérents, celui qui se rapproche le plus du sable par ses discontinuités macroscopiques. Pour des matières plastiques (Nadai, 1931) une augmentation maximum de la résistance au cisaillement de l'ordre de 10% a été mise en évidence lorsque la contrainte intermédiaire est la moyenne arithmétique des deux autres contraintes principales; sur la



Fig. 10 Essai de torsion avec surface de rupture
Torsion Test with Failure Surface

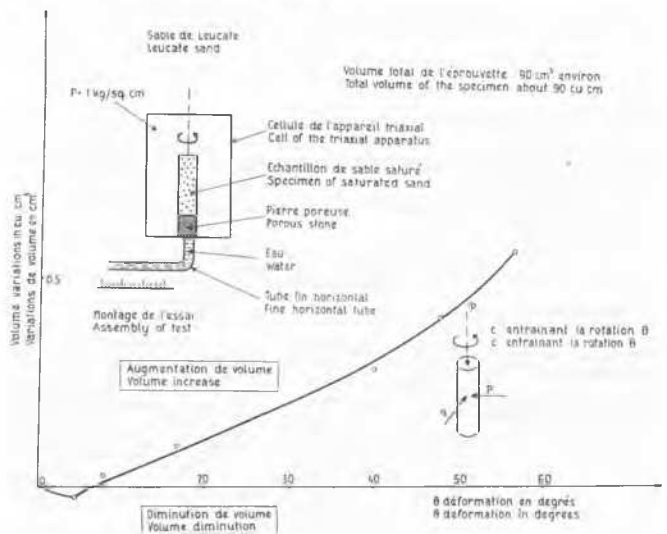


Fig. 11 Variation de volume dans un essai de cisaillement par torsion en fonction de la déformation
Volume Variation in a Test of Shear Through Torsion vs. the Deformation

Fig. 9 la concavité de la courbe est dirigée vers le bas. Enfin, un phénomène analogue a été mis en évidence pour le béton (L'Hermitte, 1942).

Argiles

Essais triaxiaux: Comme pour les sables, nous avons effectué des essais de compression et de striction sur des éprouvettes d'argile. Nous avons utilisé des argiles naturelles ainsi que des argiles artificielles reconstituées en laboratoire à partir de poudre (Florentin, L'Heriteau, Bradna, 1948). Ces derniers échantillons sont parfaitement homogènes et isotropes; différentes pressions de consolidation ont été utilisées.

Les argiles étudiées étaient plastiques ($IP = 50$), ou très plastiques ($IP = 90$). Les essais étaient des essais rapides non drainés. Les diamètres des cercles de Mohr des essais de rupture en compression ou en striction sont pratiquement égaux lorsque l'argile est isotrope et saturée (Habib, 1951, 1952). Ce résultat est identique à ce que l'on obtient pour certains métaux comme le fer doux.

Essais de torsion: Pour étudier le domaine où la contrainte moyenne varie entre les contraintes extrêmes, nous avons effectué des essais de torsion. Le principe des essais est le même que pour les sables; le mode opératoire est toutefois plus simple puisque l'argile est un matériau cohérent. Les essais ont été effectués sans gaine de caoutchouc, en protégeant l'échantillon par une film de graisse silicone, ce qui supprime le terme parasite que nous avons signalé pour les essais sur sable. Différents diamètres d'échantillons ont été utilisés ainsi que différentes pressions latérales. Les premiers de ces essais montrent que, comme pour les sables, l'hypothèse plastique du calcul est valable et les seconds montrent que pour la torsion, on peut aussi parler d'un angle de frottement apparent nul lorsque l'échantillon n'est pas drainé. Enfin, nous avons cherché à imposer le plan de rupture, soit par entaille, soit en diminuant à l'extrême la hauteur libre de l'éprouvette, c'est-à-dire en aboutissant à un cisaillement par torsion classique. Les résultats obtenus sur une série d'échantillons d'argile de Provins sont résumés dans le tableau ci-dessous.

Tableau 2

	Striction	Torsions							Com- pression	
Diamètre de l'éprouv., cm	3,50	3,02	3,00	3,00	3,00	3,00	3,01	3,35	3,50	3,50
Pression latérale, kg/cm ²	6	0	0	0	0	0	0	0	0	6
Contr. axiale en kg/cm ²	3,70	0	0	0,493	0,99	1,48	1,97	1,87	2,35	8,45
Couple total, kg · cm	0	9,35	8,94	8,94	8,94	8,94	8,94	12,7	0	0
$t = \frac{C}{\frac{2 \pi R^3}{3}}$										
kg/cm ²	0	1,29	1,27	1,27	1,27	1,27	1,25	1,29	0	0

¹⁾ Rupture sur un plan imposé

La Fig. 12 représente les résultats de cette dernière série d'essais interprétés dans le plan de Mohr des contraintes totales. La Fig. 13 est déduite de la précédente et indique la variation

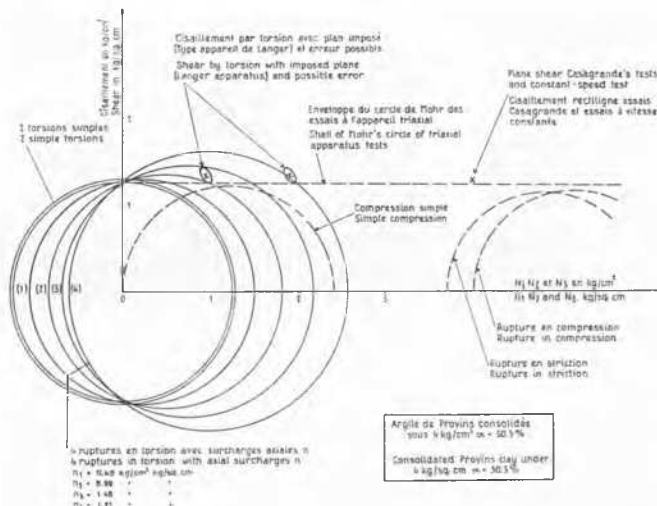


Fig. 12 Etudes des différents modes de rupture de l'argile Studies on Various Types of Rupture in Clay

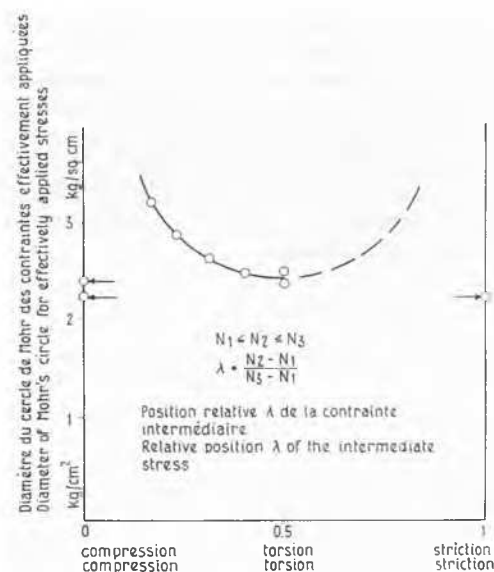


Fig. 13 Influence de la contrainte moyenne dans le cas de l'argile de Provins Influence of the Mean Stress in the Case of Provins Clay

du diamètre du cercle de Mohr en fonction de la valeur relative de la contrainte moyenne totale. Les résultats sont tout à fait différents de ceux des sables et font penser que l'interprétation au moyen du cercle de Mohr des contraintes totales n'est pas valable; en effet, il est difficile de raccorder la partie centrale de la courbe aux points situés sur les axes $\lambda = 0$ et $\lambda = 1$. Il est d'autre part impossible de prolonger la partie centrale de la courbe, avec notre mode expérimental, car la surcharge admissible est limitée à la résistance en compression simple, c'est-à-dire, pour l'argile utilisée, environ $7/10$ de la pression de consolidation. En fait, le tableau précédent montre clairement que, pour l'argile de Provins, la valeur du couple de rupture est indépendante de la charge axiale. La valeur du cisaillement est représentée sur la Fig. 12 par l'ordonnée des points où le cercle de Mohr coupe l'axe des cisaillements, puisque, dans le cas présent, la contrainte moyenne totale est nulle, ou plutôt égale à la pression atmosphérique. Cette valeur est égale à celles qui sont obtenues par cisaillement direct ou par torsion,



Fig. 14 Orientation des surfaces de rupture en fonction de la charge axiale
Orientation of Failure Planes vs. Axial Loading

ainsi qu'à celle qui est donnée par l'essai avec entaille sur éprouvette chargée axialement. Enfin, elle est égale à l'ordonnée du point le plus haut du cercle de *Mohr* de compression ou de striction. Dans le cas de l'argile de Provins, où le plan de rupture est incliné à 45° sur la plus grande contrainte principale, ce point correspond au cisaillement associé à la direction du glissement occasionnant la rupture de l'éprouvette.

Enfin, l'orientation des surfaces de rupture varie avec la charge axiale. La Fig. 14 correspond à la série d'essais dont il vient d'être fait mention, l'augmentation de l'inclinaison des surfaces de glissement par rapport à l'horizontale en fonction de la charge axiale est très visible. En particulier, pour une torsion simple, les directions principales font un angle de 45° avec les génératrices, la surface de rupture est alors plane et perpendiculaire à l'axe de l'éprouvette: on rejoint, là encore, les propriétés de rupture des métaux doux.

Références

- Florentin, J., L'Heriteau, G. et Bradna, E. (1948):* Etude triaxiale d'échantillons d'argile homogènes et cohérents préparés en laboratoire «Travaux», juin, p. 315.
- Habib, P. (1951):* Nouvelles recherches en mécanique du sol. Annales de l'I.T.B.T.P., Décembre, p. 3-4 et 19-20.
- Habib, P. (1952):* La résistance au cisaillement des sols. Thèse, Paris, p. 65 et 107-108.
- L'Hermite, R. (1942):* Recherches nouvelles en résistance des matériaux. C.R. Recherches L.B.T.P.
- Liang Sheng Chen (1949):* An Investigation of Stress-Strain Characteristics of Cohesionless Soils by Triaxial Compression Tests. II. Congrès Int. Méc. des terres, etc., Proc. Rotterdam, vol. V, Section 2, p. 35.
- Nadai, A. (1939):* Plasticity. MacGraw Hill, p. 67.
- Rös, M. et Eichinger, A. (1928):* Versuche zur Klärung der Frage der Bruchgefahr. Laboratoire fédéral d'essai des matériaux annexé à l'Ecole polytechnique de Zurich. Juin, p. 28 et 40.
- Taylor, D. W. (1948):* Fundamentals of Soil Mechanics. Wiley & Son, p. 367.