Proceedings of the 17th Pan-American Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering (XVII PCSMGE), and 2nd Latin-American Regional Conference of the International Association for Engineering Geology and the Environment (IAEG), La Serena Chile, 2024.

CONTRIBUIÇÃO DA ATUALIZAÇÃO BAYESIANA NA ESTIMATIVA DE RECALQUES: ESTUDO DE CASO DE UM ATERRO SANITÁRIO

CONTRIBUTION OF THE BAYESIAN UPDATE IN THE PREDICTION OF SETTLEMENTS: CASE STUDY OF A LANDFILL

Thiago Moraes
UERJ, São Gonçalo, Brasil

Bernadete Danziger
UERJ, Rio de Janeiro, Brasil

Alessandra Freitas
UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil

RESUMO: A previsão e o monitoramento de recalques em maciços de aterros sanitários consistem num grande desafio. Muitos estudos têm sido desenvolvidos para estimar os recalques nesse tipo de estrutura, com base em métodos teóricos e empíricos, considerando diversos fatores diferentes. No entanto, a heterogeneidade desse maciço dificulta a ampla aplicação das formulações desenvolvidas e torna muitas vezes o estudo uma tarefa árdua, além de englobar uma serie de incertezas. O presente trabalho pretende contribuir para a redução das incertezas na estimativa dos recalques dos aterros sanitários, a partir da aplicação da atualização bayesiana ao caso de uma Central de Tratamento de Resíduos (Unidade 01), em Pernambuco, por meio da utilização de um modelo de previsão de recalques existente, combinado com dados do monitoramento de recalques ocorridos na unidade. Para o desenvolvimento desse estudo, optou-se por adotar o modelo teórico de Sowers (1973), que é baseado na Teoria de Terzaghi, para obtenção dos dados a priori e os dados de monitoramento geotécnico mensal de 30 marcos superficiais foram utilizados na função de verossimilhança. Para a atualização da estimativa (a posteriori) foram empregados os conceitos estatísticos do Teorema de Bayes que permite calcular a probabilidade de ocorrência de um evento "A" considerando que um evento "B" ocorreu, mesma proposta que foi utilizada por Lacasse (1991) para controle de execução de estacas offshore. Como forma de avaliação das atualizações obtidas, foi adotado o Indicador de Falha "D" de Guttormsen (1987). Os resultados foram favoráveis, indicando redução de incertezas e adequabilidade do teorema ao caso apresentado.

PALAVRAS-CHAVE: Previsão de Recalque. Teoria Bayesiana. Aterro Sanitário. Resíduos Sólidos Urbanos.

ABSTRACT: A major challenge is the prediction and monitoring of settlements in landfill masses. Many studies have been developed to estimate the settlements in waste landfills, based on theoretical and empirical methods, considering several different factors. However, the heterogeneity of this mass makes it difficult to apply the formulations developed widely and often makes the study an arduous task, in addition to including a series of uncertainties. The present article aims to contribute to reducing the effects of uncertainties in estimating the settlement of sanitary fills, based on the application of the Bayesian update to the case of a Waste Treatment Center (Unit 01), in Pernambuco, through the use of an existing settlement prediction model, combined with data from settlements monitoring. For the development of this study, it was decided to adopt the theoretical model of Sowers (1973), which is based on Terzaghi's Theory, to obtain a priori estimate and settlement monitoring data from 30 surface landmarks were used in the likelihood function. To update the estimate (a posteriori), the statistical concepts of Bayes' Theorem were used, which allows calculating the probability of the occurrence of an event "A" considering that an event "B" occurred, the same proposal that was used by Lacasse (1991) to control the execution of offshore piles. As a way of evaluating the updates obtained, the Failure Indicator "D" by Guttormsen (1987) was adopted. The results were favourable, indicating reduced uncertainty and suitability of the theorem.

KEYWORDS: Settlement prediction. Bayesian Theory. Landfill. Urban solid waste.

1 INTRODUÇÃO

O intenso crescimento industrial e dos bens de consumo levaram ao aumento mundial da geração de resíduos nas últimas decadas e consequente degradação do meio ambiente. A reciclagem, a compostagem e a incineração são algumas alternativas na busca por limitar o crescimento do acúmulo desses resíduos. Porém, ainda assim, restos acabam sendo descartados. Dessa forma, busca-se melhor planejamento na destinação desses resíduos para locais adequados, baseado na Política Nacional de Resíduos Sólidos (lei 12.305 - BRASIL, 2010), dentre eles os Aterros de Resíduos Sólidos Urbanos (ARSU). Esta estrutura passou a ser utilizada no Brasil na década de 80, com o Aterro Sanitário de Bandeirantes (SP), após um período de disposição desregulada. Nos últimos

anos, o adensamento urbano e as restrições ambientais têm limitado a implantação de novas unidades. Apresenta-se então com elevado grau de importância o aumento da vida útil e o máximo aproveitamento das unidades disponíveis.

A eficiência e os cuidados com disposição dos RSU constituem, no entanto, um grande esforço, devido a importância de conhecer os mecanismos que atuam sobre os maciços desse tipo, bem como os parâmetros que o caracterizam. Problemas envolvendo a deformabilidade de aterros sanitários, por exemplo, são recorrentes e devido à sua característica complexa, vêm sendo amplamente abordados nos meios especializados.

A magnitude e a variação do tempo de duração dos recalques em ARSU impõem-se como um grande desafio para profissionais do setor. Diversos estudos e pesquisas têm sido desenvolvidos a fim de reduzir a incerteza das previsões de recalques contidos em projetos, que no geral, são realizados com base em métodos teóricos, que diversas vezes se distanciam da realidade encontrada na fase de operação dos empreendimentos. Dessa forma, a proposta probabilística do Teorema de Bayes se apresenta como uma alternativa, combinando os resultados dos métodos teóricos ou empíricos, *a priori*, com os dados de leitura dos instrumentos de monitoramento, verossimilhança, resultando na obtenção de parâmetros atualizados, *a posteriori*.

2 CARACTERIZAÇÃO DA ÁREA

2.1 Localização

Localizada na região metropolitana do Recife, no Município de Jaboatão dos Guararapes-PE, a Unidade 01 tem formato aproximado de um retângulo e possui cerca de 178.000m² de área. A figura 1 mostra a localização do empreendimento e as principais referências do entorno, incluindo 7km a oeste das praias locais, 5 km a noroeste Lagoa Olho d'Água e 200m a oeste do Rio Jaboatão.

Figura 1 – Localização da Unidade 01 (Fonte: adaptada de Google Earth).

2.2 Breve histórico

A primeira célula do aterro entrou em operação em 2007 e recebeu aproximadamente 10 milhões de toneladas de resíduos até março de 2019. A implantação da segunda célula foi iniciada no final de 2014 e recebeu, de 2015 a 2019, cerca de 3.300.000 toneladas de resíduo. A unidade passou então por um processo de integração e sobreposição.

Os taludes da unidade são bem definidos, com inclinação de 2H:1V, no geral cobertos com solo e grama. O empreendimento conta também com geomembrana PEAD como parte do sistema de impermeabilização de fundo, além de dispositivos de drenagem de águas pluviais em todas as faces.

O processo de disposição, espalhamento e compactação dos resíduos é feito por trator de esteiras, que executa finas camadas, dando cerca de cinco passadas sobre elas. Esse processo é repetido até que sejam formados alteamentos de aproximadamente 6m de altura, que são intercalados por bermas de equilíbrio de 5m de largura. Ao ser finalizado, o alteamento é coberto com uma camada de aproximada 0,50m de solo de jazida local, onde são instalados instrumentos de monitoramento geotécnico (Marcos Superficiais), através dos quais são feitos acompanhamentos dos deslocamentos verticais e horizontais do maciço.

2.3 Seleção de instrumentos analisados

Como forma de possibilitar a atualização da estimativa de recalque para a unidade, foram selecionados 30 marcos superficiais com histórico de dados disponível, permitindo assim realizar os cálculos a partir modelo empírico escolhido, bem como aplicação do Teorema para atualização.

Tabela 1 – Período de monitoramento dos Marcos Superficiais analisados.

LOC.	MS	IMPLANTAÇÃO	MONITORAMENTO
SE	01-08	Mar./2018	Out./2019 a Out./2021
SO	09-11	Mar./2018	Out./2019 a Out./2021
	12-15	Nov./2020	Abr./2021 a Abr./2023
N	16-19	Nov./2020	Abr./2021 a Abr./2023
	20-30	Dez./2019	Out./2020 a Out./2022

Fonte: Arquivo do autor.

Está apresentado abaixo o resumo dos recalques observados nos marcos superficiais (MS) selecionados, bem como a proporção de recalque ocorrido neles em relação a altura da camada.

Tabela 2 - Resumo dos recalques aferidos nos MS.

MS	RECALQUE (m)			
	360 DIAS	%	720 DIAS	%
1	-0,19	2,9	-0,43	6,6
2	-0,17	2,1	-0,38	4,7
3	-0,23	1,6	-0,50	3,6
4	-0,38	1,2	-0,50	1,6
5	-0,28	4,3	-0,60	9,2
6	-0,49	2,6	-0,90	4,9
7	-0,48	4,0	-0,80	6,7
8	-0,56	4,4	-0,84	6,6
9	-1,35	5,6	-1,98	8,3
10	-0,42	3,1	-0,62	4,5
11	-0,23	2,4	-0,43	4,4
12	-0,16	0,8	-0,30	1,5
13	-0,31	2,6	-0,45	3,7
14	-0,21	2,0	-0,40	3,7
15	-0,63	3,6	-0,88	5,0
16	-0,51	2,0	-0,81	3,2
17	-0,49	1,3	-0,87	2,4

MS	RECALQUE (m)			
	360 DIAS	%	720 DIAS	%
18	-0,72	3,9	-1,33	7,4
19	-0,76	4,7	-1,30	8,1
20	-0,71	7,6	-1,42	15,3
21	-0,66	3,3	-1,00	5,0
22	-1,19	17,5	-1,39	20,5
23	-1,43	4,0	-1,96	5,5
24	-1,97	11,3	-2,28	13,0
25	-0,95	4,2	-1,26	5,6
26	-0,48	2,8	-0,88	5,1
27	-0,81	2,1	-1,17	3,0
28	-0,85	1,9	-1,23	2,8
29	-0,33	0,9	-0,73	2,0
30	-0,28	2,3	-0,40	3,3

Fonte: Arquivo do autor

3 MATERIAIS E MÉTODOS

A seguir são apresentados os principais modelos e conceitos utilizados no estudo.

3.1 Modelo teórico de Sowers (1973)

Modelo baseado na teoria clássica de adensamento de Terzaghi da mecânica dos solos para RSU, sendo os recalques primários relacionados aos incrementos de carga e ocorrendo de forma rápida (menos de 1 mês) e portanto, desconsiderados nesse estudo. Quanto aos recalques de longo prazo, os quais incluem os fenômenos de fluência e biodegradação, o modelo admite a linearidade da relação recalque *vs.* logaritmo do tempo.
Os recalques secundários (ΔH_2) podem ser obtidos a partir da seguinte equação:

$$\Delta H_2 = H_0 \,.\, C'\alpha \,.\, \log\left(t_f \,/\, t_i\right) \quad (1)$$

onde: ΔH2 = recalque secundário; H0 = espessura inicial da camada; C'α = corresponde ao coeficiente de compressão secundária; tf = tempo final da análise; ti = tempo inicial da análise, final do recalque primário.

Para fins de cálculo no desenvolvimento desse estudo, foi adotado o coeficiente de compressão secundário obtido em cada um dos instrumentos estudados como forma de calibração do modelo, bem como o início do monitoramento foi adotado como momento "ti". A altura da coluna dos resíduos foi obtida a partir das cotas do fundo do aterro e das cotas nos MS no início do monitoramento.

3.2 Teorema de bayes

É um teorema que utiliza conceitos da probabilidade e da estatística. Consiste num método para calcular probabilidades condicionais, ou seja, a probabilidade de um evento ocorrer, dado que outro evento já ocorreu. Assim, a incerteza do parâmetro é modelada por distribuição *a priori* e *a posteriori*. A distribuição *a posteriori* é calculada com a atualização da distribuição *a priori*, utilizando uma função de máxima verossimilhança, que contém a observação obtida de dados disponíveis.

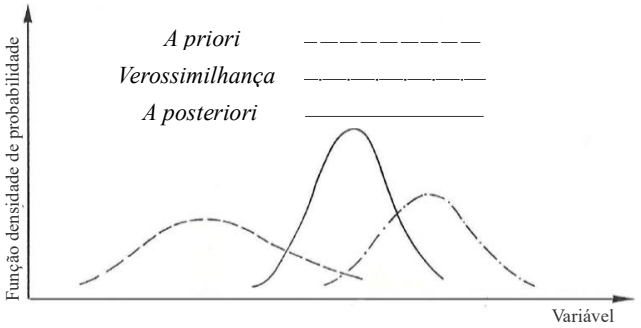


Figura 2 – Relação entre as distribuições *a priori*, a função de verossimilhança e a distribuição *a posteriori* (adaptado de CABRAL, 2008).

Lacasse *et al.* (1991) ao ponderar que a previsão do comportamento das estruturas não pode ser feita com exatidão face às variações espaciais das propriedades dos materias, deficiências nas investigações geotécnicas, restrição dos modelos de cálculo, incertezas nos parâmetros adotados e das cargas atuantes, baseados no Teorema de Bayes, desenvolveram equações considerando o comportamento normal para as distribuições conjugadas, que permitem o cálculo da estimativa do valor esperado e da variância atualizada (*a posteriori*), em função do valor esperado e da variância da estimativa *a priori* e do valor esperado e da variância da função de verossimilhança.

$$\mu_Q = \frac{(\sigma_Q^{2L} \,.\, \mu_Q^P + \sigma_Q^{2P} \,.\, \mu_Q^L)}{(\sigma_Q^{2L} + \sigma_Q^{2P})} \quad (2)$$

$$\sigma_Q^2 = \frac{(\sigma_Q^{2L} \,.\, \sigma_Q^{2P})}{(\sigma_Q^{2L} + \sigma_Q^{2P})} \quad (3)$$

onde: μ_Q = valor esperado para a capacidade de carga, recalque, ou outro fenômeno que se deseja analisar obtida *a posteriori*; μ_Q^P = valor esperado para a mesma gradeza obtida *a priori*; μ_Q^L = valor esperado obtido pela função de verossimilhança; σ_Q^{2L} = variância da distribuição da função de verossimilhança; σ_Q^{2P} = variância da distribuição *a priori*; σ_Q^2 = variância atualizada da distribuição *a posteriori*.

4 RESULTADOS

Os principais resultados obtidos estão apresentados a seguir.

4.1 Atualizações do estudo de caso para o modelo de Sowers (1973)

Na tabela 3 estão resumidos os parâmetros obtidos para a aplicação do Teorema de Bayes.

Pode-se perceber em ambos cenários avaliados que aqueles resultados do modelo de Sowers se apresentam bastante superiores

aos aferidos *in loco*. A partir desses parâmetros foram geradas as curvas atualizadas.

Observa-se uma média mais elevada para o cenário de 720 dias considerando todos os setores, no entanto, na análise para o período de 360 dias a média *a posteriori* se apresenta sutilmente mais próxima da média dos dados de verossimilhança.

Tabela 3 – Parâmetros da distribuição *a posteriori* do recalque a partir do Modelo de Sowers (1973).

PERÍODO	SETOR	PARCELA	MÉDIA μ (*m*)	D. PADRÃO σ (*m*)	VARIÂNCIA σ^2 (*m*)	*A POSTERIORI* μ (m)	σ (m)	σ^2 (m²)
360 dias	*TODOS*	*A pri*	0,91	0,52	0,27	0,73	0,33	0,11
		Ver.	0,61	0,43	0,18			
	SE	*A pri*	0,63	0,18	0,03	0,47	0,12	0,01
		Ver.	0,35	0,15	0,02			
	SO	*A pri*	0,74	0,64	0,41	0,56	0,35	0,12
		Ver.	0,48	0,42	0,17			
	N	*A pri*	1,14	0,51	0,26	0,96	0,33	0,11
		Ver.	0,81	0,44	0,20			
720 dias	*TODOS*	*A pri*	1,07	0,61	0,37	0,99	0,39	0,15
		Ver.	0,94	0,51	0,26			
	SE	*A pri*	0,74	0,21	0,05	0,68	0,15	0,02
		Ver.	0,62	0,20	0,04			
	SO	*A pri*	0,87	0,75	0,56	0,78	0,46	0,21
		Ver.	0,73	0,59	0,34			
	N	*A pri*	1,34	0,59	0,35	1,26	0,37	0,14
		Ver.	1,21	0,47	0,22			

Fonte: Arquivo do autor.

4.2 Indicador de falha "D"

Segundo Guttormsen (1987), a aplicação da teoria Bayesiana na atualização das estimativas pode ser verificada através de um indicador de falha, possibilitando a avaliação da qualidade do resultado obtido. Dessa forma, tem-se:

$$D = \frac{(\mu_Q^L - \mu_Q^P)}{\sqrt{(\sigma_Q^{2L} + \sigma_Q^{2P})}} \quad (4)$$

onde: μ_Q^L = valor esperado para o recalque obtido pela função de verossimilhança; μ_Q^P = valor esperado para o recalque obtido *a priori*; σ_Q^{2L} = variância da distribuição de verossimilhança; σ_Q^{2P} = variância da distribuição *a priori*;

A figura a seguir exibe a comparação dos resultados obtidos dos indicadores de falha para as análises realizadas neste estudo. Nela é possível observar que todos os Indicadores de Falha (D) se apresentaram dentro da faixa de valores satisfatórios (entre -1,5 e 1,5).

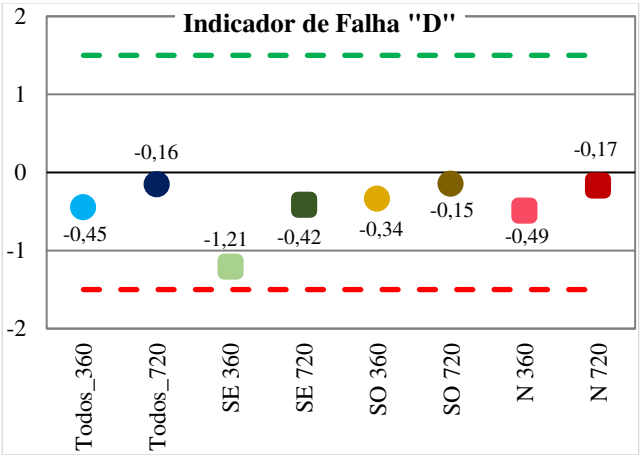


Figura 3 - Representação gráfica dos Indicadores de Falha (D) obtidos para as atualizações desse estudo.

Foi possível observar que o setor sudeste no período de 360 dias apresentou o indicador mais distante de zero, enquanto o indicador para o setor sudoeste no período de 720 dias apresentou o valor mais próximo de zero.
Todos os valores obtidos se apresentaram negativos.
De acordo com as interpretações propostas por Guttormsen (1987):

- Valores de "D" negativos indicam estimativa *a posteriori* inferior àquela obtida *a priori*;
- Valores de "D" entre -1,5 e +1,5 indicam atualização satisfatória.

4.3 Comparação entre os resultados

Um resumo comparativo das análises realizadas pode ser visto a seguir.

4.3.1 Estimativas a priori e função de verossimilhança

Foram calculados os parâmetros de distribuição normal considerando o Modelo de Sowers como estimativa *a priori* para cada um dos setores analisados.
Os resultados da formulação do modelo proposto apresentaram no período de 360 dias a maior média dentro de cada período, no

entanto, no período de 720 dias se apresentou inferior a verossimilhança.

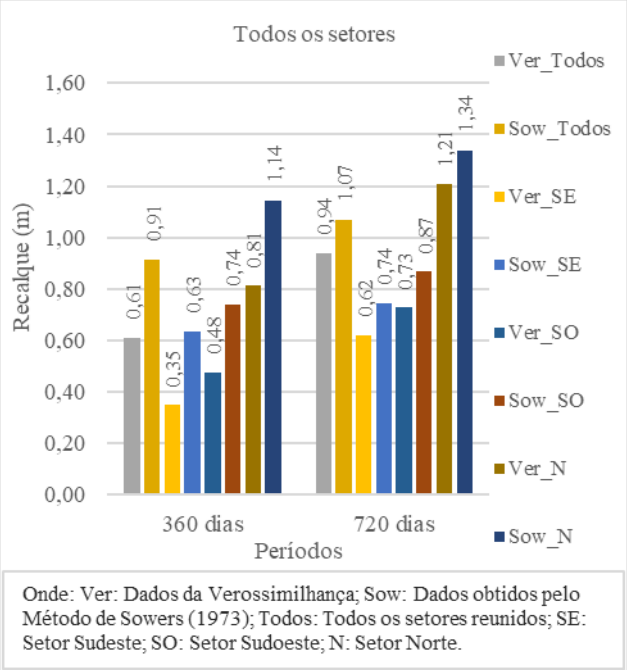


Figura 4 - Recalques médios estimados, tendo como base o modelo de cálculo utilizado (*a priori*) e os dados de aferição em monitoramento (*verossimilhança*).

Ao considerar todos os setores reunidos, as médias para 360 dias tiveram variação de aproximadamente 50%, enquanto para 720 dias a média variou aproximadamente 30%. No setor sudeste, as médias apresentaram a maior variação observada, 82% (360 dias). O setor norte, por sua vez, apresentou a menor variação observada em ambas análises de períodos, 18% no período de 720 dias.

Ao realizar análise comparativa entre os períodos para cada setor, constata-se uma constante de 17% entre as médias máximas de cada período tanto para os setores unificados, quanto para cada setor separado.

É possível observar que os valores *a priori* obtidos a partir do Modelo de Sowers apresentaram os maiores coeficientes de variação no período de 720 dias, exceto no setor Sudeste, enquanto para 360 dias foram todos inferiores àquelas da verossimilhança.

Os menores valores de coeficiente de variação foram registrados para o setor sudeste em ambos períodos para o Modelo de Sowers, bem como aqueles indicados pelos dados de campo no período de 720 dias.

Os setores unificados apresentaram a maior diferença de coeficientes entre o modelo teórico e a verossimilhança no período de 360 dias.

Ao considerar os coeficientes observados nos dados de verossimilhança, observa-se maior variação na análise entre períodos do que na análise com o modelo.

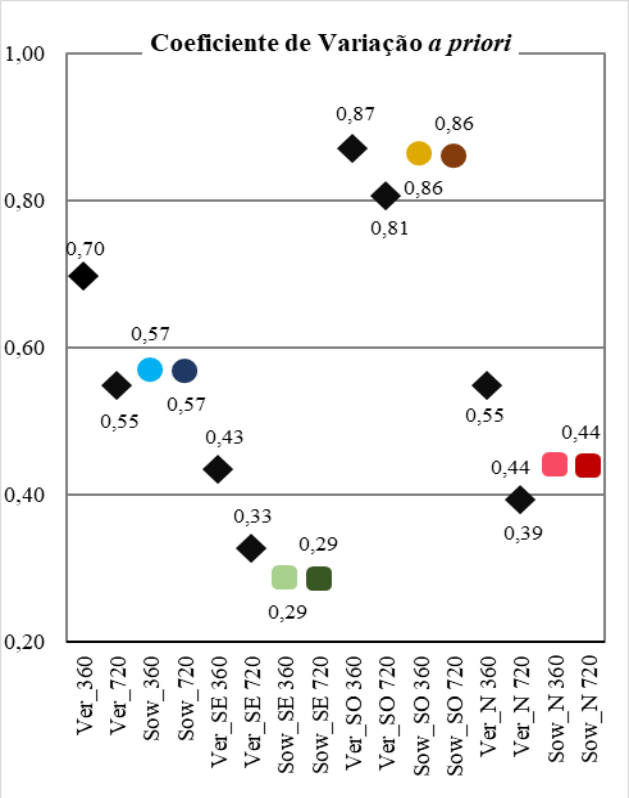


Figura 5 - Coeficientes de variação obtidos pelo modelo utilizado *(a priori)* nos períodos de 360 e 720 dias.

4.3.2 *Atualização a posteriori*

A atualização dos dados fornecidos pela formulação de Sowers apresentou o comportamento esperado, com as médias intermediárias, entre os dados calculados *a priori* e os dados aferidos *in loco*.

No setor sudeste, as atualizações se mantiveram apresentando a maior variação observada, embora em grandeza inferior àquela observada nas estimativas *à priori*. Os setores norte e sudoeste, por sua vez, apresentaram variações semelhantes, embora em grandeza diferentes.

Ao observar os coeficientes de variação gerados a partir da atualização dos recalques, verifica-se que eles são sempre menores do que os coeficientes das demais distribuições. Este fato era esperado, visto que a distribuição *a posteriori* inclui ambas as informações, ou seja, a estimativa *a priori* e a função de verossimilhança, reduzindo assim a margem de incerteza da estimativa, objetivo desse estudo.

No geral, os coeficientes de variação foram menores no período de 720 dias com o menor registro verificado no setor sudeste, 0,22. Por outro lado, observa-se que os maiores coeficientes de variação foram obtidos para o setor sudoeste, apresentando para o período de 360 dias o maior valor absoluto registrado nas análises, 0,63.

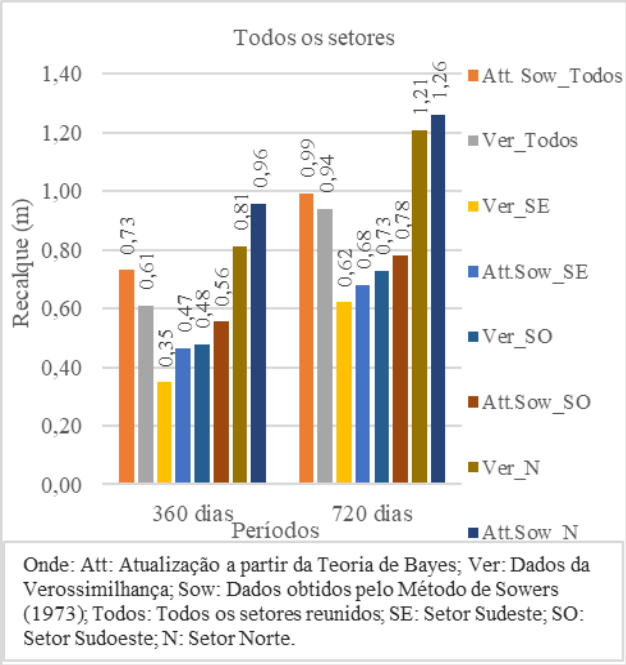


Figura 6 – Média dos recalques atualizados para todos os setores analisados, tendo como base o modelo de cálculo utilizado (*a priori*) e os dados de aferição em monitoramento (verossimilhança).

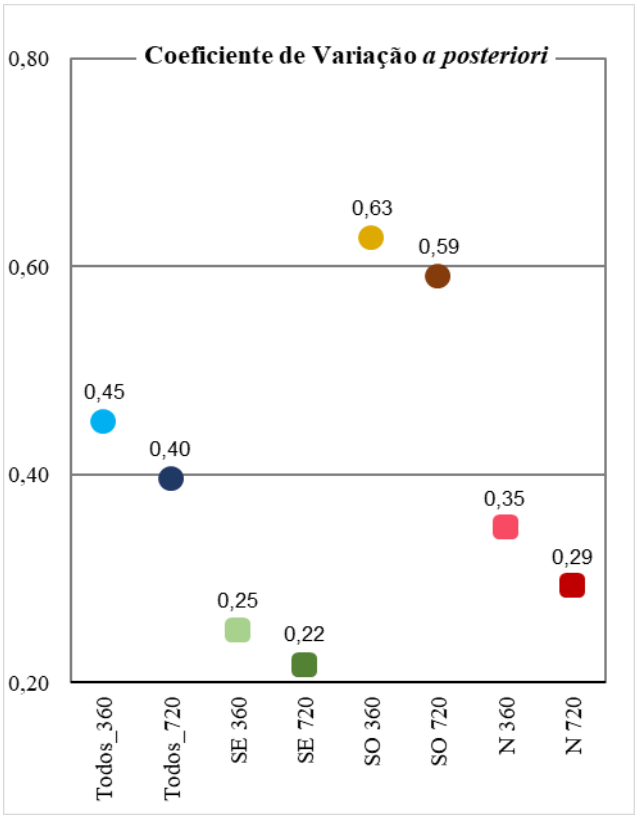


Figura 7 - Coeficientes de variação obtidos pelas atualizações (*a posteriori*) nos períodos de 360 e 720 dias.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Em conformidade com o que se espera a partir da formulação matemática proposta, o recalque obtido *a posteriori* se apresentou sempre entre a faixa de valores obtidos *a priori* e os referentes à função de verossimilhança, se aproximando daquela que apresenta menor variância.

Os coeficientes de variação, por sua vez, se apresentaram inferiores aos estimados *a priori* e aos aferidos a partir da função de verossimilhança, uma vez que a margem de incerteza da estimativa é reduzida à medida que são fornecidas mais informações.

Por fim, a interpretação dos indicadores de falha "D" demonstrou a adequabilidade de resultados com caráter satisfatório e foram confirmadas as interpretações prévias propostas por Guttormsen (1987).

Diante do exposto ao longo desse estudo e destacado nos tópicos supracitados neste item, pode-se concluir pela adequabilidade da utilização do Teorema de Bayes associado ao Modelo de Sowers (1973).para a redução de incertezas na previsão de recalques em maciços de aterros sanitários.

Ademais, a partir da validação das atualizações para maciços com comportamentos distintos (setores adotados), que sob uma ótica expandida poderia representar maciços diferentes, pode-se compreender que a metodologia combinada aplica-se à distintas configurações geotécnicas, resguardando-se o conhecimento da sequência construtiva dos maciços e das condições de obtenção dos dados utilizados.

6 REFERÊNCIAS

Brasil. (2010). Política Nacional de Resíduos Sólidos Urbanos. Lei nº 12.305, de 02 de agosto de 2010. Diário Oficial da União. Brasília, 2010.

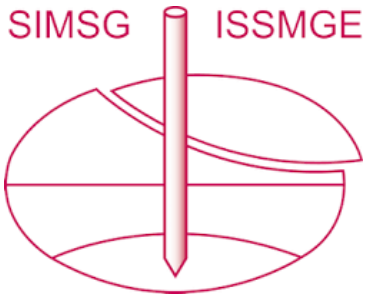
Cabral, E. V. (2008). *Contribuição à Confiabilidade de Estacas Cravadas através de um Estudo de Caso com Aplicação da Teoria Bayesiana*. Dissertação (Mestrado) - Universidade do Estado do Rio de Janeiro (UERJ). Rio de Janeiro, 2008.

Lacasse, S., Tan, A. H., e Keaveny, J. M. (1991). *Expert Assistant for Updating Axial Pile Capacity from Pile Driving Observations*. Field Measurements in Geotechnics. Balkema, 1991.

Marques, A. C. M.(2001). *Compactação e compressibilidade de resíduos sólidos*. Tese (Doutorado) - Dep. Geotecnia EESC. Universidade de São Paulo. São Carlos, 2001.

Sowers, G.F. (1973). *Settlement of waste disposal fills.* International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering. Rússia, 1973.

INTERNATIONAL SOCIETY FOR SOIL MECHANICS AND GEOTECHNICAL ENGINEERING



This paper was downloaded from the Online Library of the International Society for Soil Mechanics and Geotechnical Engineering (ISSMGE). The library is available here:

https://www.issmge.org/publications/online-library

This is an open-access database that archives thousands of papers published under the Auspices of the ISSMGE and maintained by the Innovation and Development Committee of ISSMGE.

The paper was published in the proceedings of the 17th Pan-American Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering (XVII PCSMGE) and was edited by Gonzalo Montalva, Daniel Pollak, Claudio Roman and Luis Valenzuela. The conference was held from November 12th to November 16th 2024 in Chile.