

INTERNATIONAL SOCIETY FOR SOIL MECHANICS AND GEOTECHNICAL ENGINEERING



This paper was downloaded from the Online Library of the International Society for Soil Mechanics and Geotechnical Engineering (ISSMGE). The library is available here:

<https://www.issmge.org/publications/online-library>

This is an open-access database that archives thousands of papers published under the Auspices of the ISSMGE and maintained by the Innovation and Development Committee of ISSMGE.

Interacción sísmica suelo-estructura en pilotes y pilas de cimentación: caso I

Medina, José

Proyectos Laboratorios y Supervisión S. C.

Departamento de Ingeniería Civil y Minas – Universidad de Sonora,
Hermosillo, Sonora, México



ABSTRACT

A new matrix procedure is presented to determine soil-foundation contact reaction and lateral displacement on piles and piers in seismic conditions. The foundation is considered free to rotate at both ends. The method takes into account the compressibility of the soil, the rigidity of the foundation and the drag forces induced by the lateral displacements of the soil by seismic action. The procedure has the advantages of not being iterative, of being easily programmed and readily extended to other boundary conditions, such as other kinds of foundations -shallow and deep-, and different subsoil conditions.

PRESENTACIÓN TÉCNICA

Se expone un nuevo procedimiento matricial para determinar los esfuerzos de contacto y los desplazamientos horizontales en pilotes y pilas de cimentación sujetos a fuerzas sísmicas. Se considera que la pila puede girar libremente en ambos extremos. El método toma en cuenta las características de compresibilidad de la masa de suelo, la rigidez de la cimentación y las fuerzas de arrastre que actúan contra la cimentación debidas al desplazamiento horizontal de la masa de suelo durante la acción sísmica. El método presenta las ventajas de no ser iterativo, de la sencillez de su programación y su posibilidad de extenderse con facilidad a otras condiciones de frontera, otros tipos de cimentaciones -superficiales y profundas- y distintas condiciones del subsuelo de cimentación.

1 INTRODUCCIÓN

Durante el evento sísmico, la masa de suelo se desplaza en dirección horizontal, δ_{si} , y debido a la fuerza de inercia que ejerce la superestructura sobre la cabeza de la pila de cimentación, el desplazamiento de la pila, δ_i , es en sentido contrario al desplazamiento sísmico de la masa de suelo y con ello, la masa de suelo empuja lateralmente a la pila de cimentación, produciéndose así importantes fuerzas cortantes y momentos flexionantes en la estructura de cimentación (Figura 1).

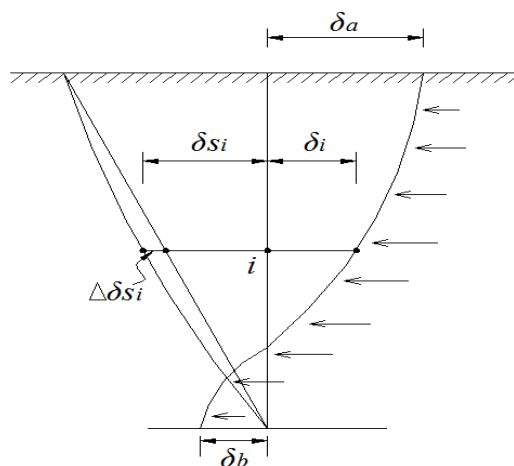


Figura 1. Fuerzas de empuje lateral que actúan contra la cimentación durante un sismo

En este trabajo se expone un procedimiento, desarrollado por el autor, para determinar la presión de contacto suelo-pila de cimentación y el desplazamiento lateral de ésta, producido durante un sismo. El método expuesto se basa en el procedimiento propuesto por Zeevaert (1980 y 1983). Se considera a la masa de suelo como un medio continuo, en donde los esfuerzos producidos por una sección de la cimentación, tienen influencia en la misma dovela en donde se aplica la carga; así como en el resto de las secciones consideradas. También se considera que es aplicable la ecuación de Mindlin (1936), obtenida a partir de la teoría de la elasticidad, para calcular el incremento en el esfuerzo horizontal producido por una carga puntual aplicada en el interior de un sólido.

A continuación se expone un procedimiento matricial de interacción sísmica suelo estructura de cimentación, obtenido a partir de la compatibilidad de deformaciones que se tiene entre la estructura de cimentación y la masa de suelo. Se considera a la pila de cimentación libre de girar en ambos extremos.

2 ECUACIÓN MATRICIAL DE DESPLAZAMIENTOS HORIZONTALES

La Figura 2 muestra una pila de cimentación sometida a una fuerza lateral P y momento M . Para el estudio de la cimentación, se ha dividido a la pila en $n+2$ dovelas, a las dovelas de los extremos se les ha denotado con las letras a y b ; y a las intermedias con los números: $1, 2, 3, \dots, n$. La masa de suelo se ha dividido en las secciones A, B, C, D, E y F .

Primeramente se aplica una carga unitaria en la dovela *a*. Seguidamente se calcula el desplazamiento del centro de cada dovela producido por la carga unitaria. Después se aplica una carga unitaria en la dovela 1 y se calcula el desplazamiento en el centro de cada dovela debido a la carga unitaria aplicada. Se continúa con este procedimiento hasta aplicar finalmente una carga unitaria en la dovela *b*.

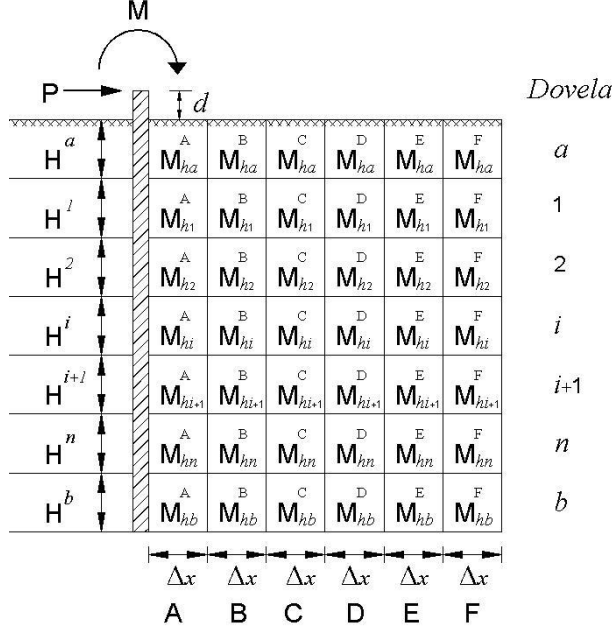


Figure 2. Discretización de la cimentación y suelo

El desplazamiento lateral en el centro de la dovela *j*, producido por una carga unitaria actuando en la dovela *i*, se obtiene:

$$\delta_{ji} = \left[I_{ji}^A \alpha_i^A + I_{ji}^B \alpha_i^B + \dots + I_{ji}^F \alpha_i^F \right] a_i \quad [1]$$

δ_{ji} es el desplazamiento lateral en el centro de la dovela *j*, producido por una carga unitaria actuando en la dovela *i*; I_{ji}^N es el valor de influencia en el centro de la dovela *j*, producido por una carga unitaria actuando en la dovela *i* y al centro de la sección *N*.

$$\alpha_i^N = M_{hi}^N \Delta x \quad [2]$$

M_{hi}^N es el modulo dinámico de deformación unitaria del material en la dovela *i* y en la sección *N*; Δx es el ancho de la sección de suelo; a_i es el área de la dovela *i*

$$M_{hi}^N = \frac{1}{2(1+\nu)\mu} \quad [3]$$

ν es la relación de Poisson y μ es el módulo de rigidez al cortante.

El valor de influencia I_{ji}^N se puede obtener mediante la integración de la ecuación de Mindlin (1936) en un área rectangular; o bien puede emplearse la solución aproximada propuesta por Medina (2010a).

La ecuación matricial de desplazamientos horizontales, HEMAS, se obtiene (Zeevaert, 1983):

$$\begin{bmatrix} \delta_{aa} & \delta_{a1} & \delta_{a2} & \dots & \delta_{an} & \delta_{ab} \\ \delta_{1a} & \delta_{11} & \delta_{12} & \dots & \delta_{1n} & \delta_{1b} \\ \delta_{2a} & \delta_{21} & \delta_{22} & \dots & \delta_{2n} & \delta_{2b} \\ & & \vdots & & & \\ \delta_{na} & \delta_{n1} & \delta_{n2} & \dots & \delta_{nn} & \delta_{nb} \\ \delta_{ba} & \delta_{b1} & \delta_{b2} & \dots & \delta_{bn} & \delta_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_a \\ R_1 \\ R_2 \\ \vdots \\ R_n \\ R_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_a \\ \delta_1 \\ \delta_2 \\ \vdots \\ \delta_n \\ \delta_b \end{bmatrix} \quad [4]$$

R_i es la reacción de contacto en la dovela *i*; δ_i es el desplazamiento horizontal de la dovela *i*.

3 ECUACIÓN MATRICIAL DE FLEXIBILIDADES

La Figura 3 muestra la aplicación del método de las fuerzas o flexibilidades (McCormac y Nelson, 2002) para obtener las reacciones en una estructura estáticamente indeterminada:

Δ_i = deflexión en el punto *i* para la condición $R_i = 0$

d_{ji} = deflexión en *j* debida a una carga unitaria aplicada en *i* (condición $R_i = 1$)

$\Delta \delta_{si}$ = Desplazamiento sísmico relativo de la masa de suelo.

δ_i^A = Desplazamiento del punto *i*, por deformación de los soportes *a* y *b*, considerando estructura de cimentación rígida.

δ_i = Desplazamiento lateral del punto *i*.

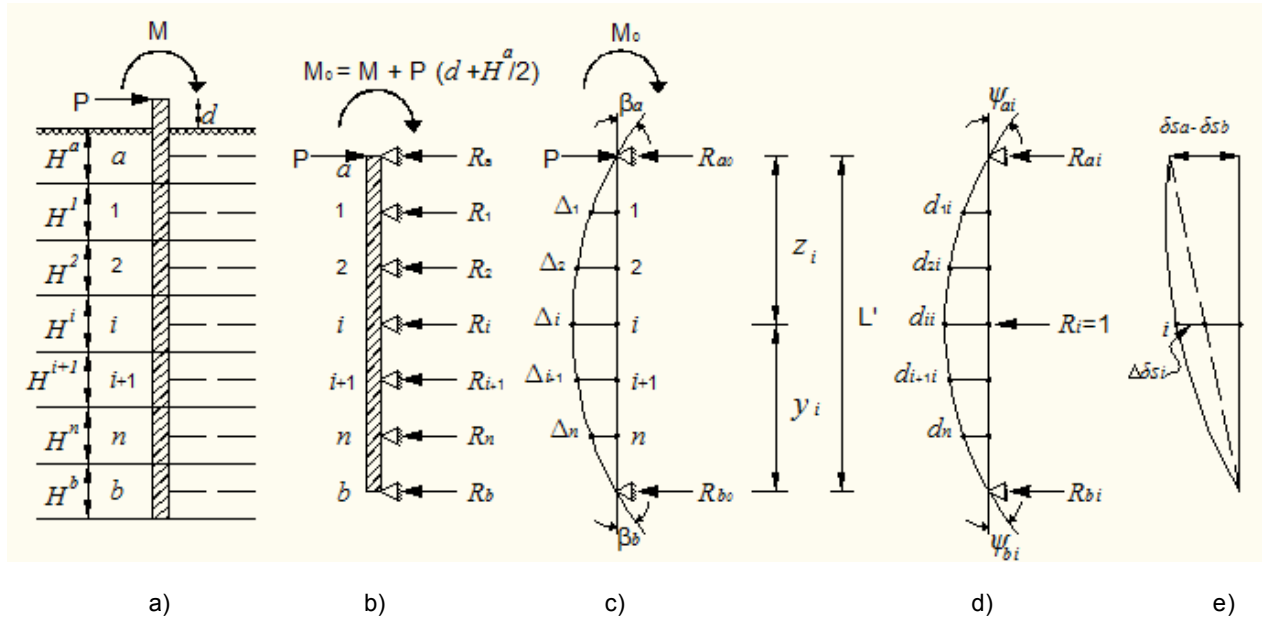


Figura 3. Aplicación del método de flexibilidades: a) cimentación real; b) discretización de la cimentación; c) condición $R_i = 0$; d) condición $R_i = 1$; e) desplazamiento sísmico relativo de la masa de suelo.

$$\begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & \dots & d_{1n} & d_{1b} \\ d_{21} & d_{22} & \dots & d_{2n} & d_{2b} \\ & & \ddots & & \\ d_{n1} & d_{n2} & \dots & d_{nn} & d_{nb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ \vdots \\ R_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \\ \vdots \\ \Delta_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta \delta_{s1} \\ \Delta \delta_{s2} \\ \vdots \\ \Delta \delta_{sn} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta_1^A \\ \delta_2^A \\ \vdots \\ \delta_n^A \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \vdots \\ \delta_n \end{bmatrix} \quad [5]$$

$\Delta \delta_{si}$ se obtiene de la siguiente expresión:

$$\Delta \delta_{si} = \delta_{si} - \xi_i (\delta_{sa} - \delta_{sb}) \quad [6]$$

δ_{sa} , δ_{sb} son los desplazamientos sísmicos de la masa de suelo en las dovelas a y b, respectivamente y L' es la distancia vertical entre las dovelas a y b.

El desplazamiento lateral sísmico de la masa de suelo, δ_{si} , puede obtenerse con el procedimiento propuesto por Zeevaert (1983).

La ecuación 5 relaciona las reacciones de contacto suelo cimentación, la rigidez de la estructura de cimentación, las cargas aplicadas a la cimentación; los

desplazamientos sísmicos de la masa de suelo y los desplazamientos laterales de la cimentación y se denomina ecuación matricial de flexibilidades, EMFLEX.

4 ECUACIÓN MATRICIAL DE INTERACCIÓN SUELO ESTRUCTURA

Nótese que con las ecuaciones matriciales HEMAS y EMFLEX se tienen $2n+2$ ecuaciones con $2n+4$ incógnitas, por lo que las dos ecuaciones restantes se obtienen de la sumatoria de momentos en los apoyos a y b, con lo que el sistema de ecuaciones puede resolverse, obteniéndose la siguiente ecuación:

$$\begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \dots & \delta_{1n} \\ \delta_{21} & \delta_{22} & \dots & \delta_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta_{n1} & \delta_{n2} & \dots & \delta_{nn} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & \dots & d_{1n} \\ d_{21} & d_{22} & \dots & d_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{n1} & d_{n2} & \dots & d_{nn} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & \dots & m_{1n} \\ m_{21} & m_{22} & \dots & m_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ m_{n1} & m_{n2} & \dots & m_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ \vdots \\ R_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ \vdots \\ n_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \\ \vdots \\ \Delta_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta\delta_{S1} \\ \Delta\delta_{S2} \\ \vdots \\ \Delta\delta_{Sn} \end{bmatrix} \quad [7]$$

donde:

$$\begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & \dots & m_{1n} \\ m_{21} & m_{22} & \dots & m_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ m_{n1} & m_{n2} & \dots & m_{nn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \psi_1 & \xi_1 \\ \psi_2 & \xi_2 \\ \vdots & \vdots \\ \psi_n & \xi_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{aa} & \delta_{ab} \\ \delta_{ba} & \delta_{bb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_1 & \psi_2 & \dots & \psi_n \\ \xi_1 & \xi_2 & \dots & \xi_n \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \psi_1 & \xi_1 \\ \psi_2 & \xi_2 \\ \vdots & \vdots \\ \psi_n & \xi_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{a1} & \delta_{a2} & \dots & \delta_{an} \\ \delta_{b1} & \delta_{b2} & \dots & \delta_{bn} \end{bmatrix} -$$

$$- \begin{bmatrix} \delta_{1a} & \delta_{1b} \\ \delta_{2a} & \delta_{2b} \\ \vdots & \vdots \\ \delta_{na} & \delta_{nb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_1 & \psi_2 & \dots & \psi_n \\ \xi_1 & \xi_2 & \dots & \xi_n \end{bmatrix} \quad [8]$$

$$\begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ \vdots \\ n_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \psi_1 & \xi_1 \\ \psi_2 & \xi_2 \\ \vdots & \vdots \\ \psi_n & \xi_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{aa} & \delta_{ab} \\ \delta_{ba} & \delta_{bb} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \delta_{1a} & \delta_{1b} \\ \delta_{2a} & \delta_{2b} \\ \vdots & \vdots \\ \delta_{na} & \delta_{nb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{a0} \\ R_{b0} \end{bmatrix} \quad [9]$$

$$\psi_i = y'_i / L' \quad [10]$$

$$\xi_i = z'_i / L' \quad [11]$$

donde y'_i , z'_i son las coordenadas de posición del punto i y L' es la distancia –centro a centro- entre las dovelas a y b (Fig. 3).

R_{a0} y R_{b0} son las reacciones en los apoyos a y b , respectivamente, para la condición $R_i = 0$.

La Ecuación 7 relaciona las reacciones de contacto suelo cimentación, la rigidez de la estructura de cimentación, las cargas aplicadas a la cimentación, las características de compresibilidad del subsuelo de cimentación y los desplazamientos relativos de la masa de suelo debidos a la acción sísmica; se le llama Ecuación Matricial de Interacción Suelo Estructura, EMISE. Resolviendo esta ecuación se obtienen las reacciones $R_1, R_2, \dots$ y R_n .

Por sumatoria de momentos en los apoyos a y b :

$$R_a = R_{a0} - (\psi_1 R_1 + \psi_2 R_2 + \dots + \psi_n R_n) \quad [10]$$

$$R_b = R_{b0} - (\xi_1 R_1 + \xi_2 R_2 + \dots + \xi_n R_n) \quad [11]$$

Con la ecuación matricial de desplazamientos HEMAS, se obtienen: δ_a , δ_1 , δ_2 , ..., δ_n y δ_b .

5 EJEMPLO

5.1 Planteamiento del problema

Pila de cimentación con $EI = 2.600E+06 \text{ kN}\cdot\text{m}^2$. E es el modulo de Young del concreto reforzado e I es el momento de inercia de la sección transversal de la pila de cimentación.

$P = 560 \text{ kN}$; $M = 40 \text{ kN}\cdot\text{m}$; $d = 1.00 \text{ m}$; $r = 0.60 \text{ m}$.

Aceleración de la superficie del terreno de 1 m/s^2 .

Relación de Poisson del subsuelo, $\nu = 0.5$.

La Tabla 1 muestra las características del subsuelo de cimentación.

5.2 Solución

La pila de cimentación se dividió en ocho dovelas: a , 1, 2, 3, 4, 5, 6 y b .

Se trabajó con $\Delta x = 1.80 \text{ m}$ y seis secciones en la masa de suelo: A, B, C, D, E y F.

Los valores de influencia se obtuvieron con la ecuación propuesta por Medina (2010a).

Los desplazamientos sísmicos de la masa de suelo se obtuvieron con el procedimiento propuesto por Zeevaert (1983), considerando el primer modo de vibrar de la masa de suelo, con una frecuencia de 6.791 ciclos por segundo. Ver resultados en Tabla 1.

El problema se resolvió mediante un programa de computadora elaborado en una hoja de cálculo, obteniéndose los siguientes resultados:

Tabla 1. Características y desplazamiento sísmico de la masa de suelo, δ_{Si}

Dovela	Espesor (m)	Peso unitario (kN/m ³)	μ_i (kN/m ²)	M^N (m ² /kN)	z'_i (m)	δ_{Si} (m)
a	1.50	14.220	8 826	3.7767E-05	0.00	2.1592E-02
1	2.00	13.729	6 374	5.2293E-05	1.75	2.0948E-02
2	3.50	12.945	3 727	8.9449E-05	4.50	1.7247E-02
3	2.00	13.729	6 374	5.2293E-05	7.25	1.2630E-02
4	2.00	13.729	6 374	5.2293E-05	9.25	9.4701E-03
5	2.00	13.729	6 374	5.2293E-05	11.25	5.9305E-03
6	1.00	14.220	8 826	3.7767E-05	12.75	3.4961E-03
b	1.00	15.691	19 613	1.6995E-05	13.75	2.0134E-03

Matriz de influencias correspondiente a la dovela a , $\begin{bmatrix} N \\ ja \end{bmatrix}$:

z_i (m)		A	B	C	D	E	F
0.75	a	2.8984E-01	6.2789E-02	2.5329E-02	1.3438E-02	8.2730E-03	5.5895E-03
2.50	1	1.4365E-02	2.6407E-02	1.6916E-02	1.0677E-02	7.1415E-03	5.0497E-03
5.25	2	1.7726E-04	2.4134E-03	4.2944E-03	4.5182E-03	3.9966E-03	3.3362E-03
8.00	3	1.7317E-05	3.5198E-04	1.0058E-03	1.5459E-03	1.7938E-03	1.8110E-03
10.00	4	5.2526E-06	1.1871E-04	3.9885E-04	7.2423E-04	9.7169E-04	1.1032E-03
12.00	5	2.0102E-06	4.8058E-05	1.7742E-04	3.5911E-04	5.3542E-04	6.6760E-04
14.00	6	1.0867E-06	2.6675E-05	1.0315E-04	2.2102E-04	3.4970E-04	4.6124E-04
16.00	b	7.4955E-07	1.8642E-05	7.3804E-05	1.6295E-04	2.6629E-04	3.6258E-04

Matriz de desplazamientos unitarios. δ_{ji} (m/kN):

a	1	2	3	4	5	6	b
1.5305E-05	3.2217E-06	7.4993E-07	2.4812E-07	1.2617E-07	6.7913E-08	4.3785E-08	3.3331E-08
4.2125E-06	1.7551E-05	2.2904E-06	5.9260E-07	2.8306E-07	1.4522E-07	9.0636E-08	6.7678E-08
1.6759E-06	3.5182E-06	2.1342E-05	3.4156E-06	1.3215E-06	6.0592E-07	3.5357E-07	2.5399E-07
3.4125E-07	5.9260E-07	2.2284E-06	1.7350E-05	3.2351E-06	1.0640E-06	5.5660E-07	3.8000E-07
1.7371E-07	2.8306E-07	8.0946E-07	3.2351E-06	1.7346E-05	3.2328E-06	1.3125E-06	8.3679E-07
9.3585E-08	1.4522E-07	3.6645E-07	1.0640E-06	3.2328E-06	1.7345E-05	4.4889E-06	2.2062E-06
4.3919E-08	6.6007E-08	1.5532E-07	4.0792E-07	9.7056E-07	3.7521E-06	1.6235E-05	5.8336E-06
3.3425E-08	4.9256E-08	1.1121E-07	2.7796E-07	6.1518E-07	1.6586E-06	5.8336E-06	1.6234E-05

Ecuación matricial de interacción suelo estructura, EMISE:

(m/kN)						(kN)	(m)
2.7087E-05	1.6020E-05	1.3358E-05	1.0538E-05	6.8636E-06	3.3648E-06	R ₁	1.0071E-02
1.7094E-05	4.4426E-05	2.7176E-05	2.1304E-05	1.4270E-05	7.2752E-06	R ₂	1.1712E-02
1.3742E-05	2.6406E-05	4.5382E-05	2.8308E-05	1.9126E-05	1.0142E-05	R ₃	9.6745E-03
1.0805E-05	2.1086E-05	2.8268E-05	4.1428E-05	2.1722E-05	1.1508E-05	R ₄	6.9934E-03
6.9667E-06	1.4120E-05	1.8925E-05	2.1536E-05	3.2913E-05	1.3408E-05	R ₅	3.4314E-03
3.4293E-06	7.2766E-06	1.0095E-05	1.1375E-05	1.3180E-05	2.0970E-05	R ₆	9.6663E-04

Resolviendo la matriz anterior:

R₁ = 269.248 kN; R₂ = 126.784 kN; R₃ = 75.662 kN;

R₄ = 20.144 kN; R₅ = -36.867 kN; R₆ = -66.090 kN

De las ecuaciones (10 y 11):

R_a = 283.080 kN; R_b = -111.920 kN;

De la ecuación matricial de desplazamientos, HEMAS:

$\delta_a = 0.531$ cm; $\delta_1 = 0.624$ cm; $\delta_2 = 0.434$ cm;

$\delta_3 = 0.180$ cm; $\delta_4 = 0.052$ cm; $\delta_5 = -0.093$ cm;

$\delta_6 = -0.176$ cm; $\delta_b = -0.219$ cm.

En las Figuras 4, 5, 6 y 7 se muestran los diagramas de: desplazamiento lateral, presión de contacto lateral, fuerza cortante y momento flexionante, respectivamente.

6 CONCLUSIONES

Se ha expuesto un procedimiento para obtener los esfuerzos de contacto y los desplazamientos horizontales para pilotes o pilas de cimentación sometidos a fuerzas sísmicas. El método presenta las siguientes ventajas:

- Se considera a la masa de suelo como un medio continuo, de tal manera que cuando se aplica una presión de contacto a una de las dovelas, el resto de las dovelas también se deforman.
- Toma en cuenta las características de compresibilidad de la masa de suelo.
- Considera las fuerzas de empuje lateral que ejerce la masa de suelo contra la cimentación durante el sismo.
- Se calcula el incremento en los esfuerzos horizontales inducidos por la cimentación a la masa de suelo, por lo que se puede estimar el incremento en la presión hidráulica inducida en el interior de la masa de suelo.
- Toma en cuenta la rigidez del pilote o pila de cimentación.
- El planteamiento del problema se ha expuesto en forma matricial, por lo que la ecuación matricial de interacción suelo estructura, EMISE, se forma de manera sencilla.
- El método puede programarse fácilmente en una hoja de cálculo y resolverse con simplicidad.
- El método puede extenderse a diferentes condiciones de frontera, otros tipos de cimentaciones y condiciones distintas en el subsuelo de cimentación, Medina (2011a, 2011b, 2010b, 2005a, 2005b, 2005c).

REFERENCIAS

- Frohlich, O.K. (1953). On the settling of buildings combined with deviation from their original vertical position, 3th *International conference on soil mechanics and foundation engineering*, Vol. 1, Zurich: 362-365.
- McCormac, J. C. y Nelson, J. K. (2002). *Análisis de estructuras: métodos clásico y matricial*. México, D.F.: Alfaomega.
- Medina, J. (2011a). Seismic soil-structure interaction in piles and piers: case IV, *5th international conference on earthquake geotechnical engineering*, Santiago de Chile, Chile.
- Medina, J. (2011b). Seismic soil-structure interaction in piles and piers: case III, *14th pan-american conference on soil mechanics and geotechnical engineering*, Toronto, Canada.
- Medina, J. (2010a). Esfuerzo horizontal producido por una carga rectangular horizontal uniforme aplicada en el interior de un sólido, *25ava Reunión nacional de mecánica de suelos e ingeniería geotécnica*, Acapulco, Guerrero, México: 871-876.
- Medina, J. (2010b). Interacción sísmica suelo-estructura en pilas y pilotes: Caso II, *20avo Congreso Argentino de mecánica de suelos e ingeniería geotécnica*, Mendoza, Argentina: 281-288.
- Medina, J. (2005a). Interacción suelo estructura de cimentación en losas apoyadas en suelos granulares. *Primer congreso internacional de ingeniería*. Universidad Autónoma de Querétaro, Querétaro, Querétaro, México: 9-20.
- Medina, J. (2005b). Interacción suelo estructura de cimentación en zapatas aisladas con trabes de liga apoyadas en suelo colapsable. *Primer congreso internacional de ingeniería*, Universidad Autónoma de Querétaro. Querétaro, Querétaro, México: 21-30.
- Medina, J. (2005c). Interacción suelo estructura de cimentación en zapatas aisladas con trabes de liga apoyadas en suelo expansivo. *Primer congreso internacional de ingeniería*. Universidad Autónoma de Querétaro. Querétaro, Querétaro, México: 75-84.
- Mindlin, D. R. (1936). *Force at a point in the interior of a semi-infinite solid*, Columbia University, New York.
- Zeevaert, L. (1980). *Interacción suelo estructura de cimentación*, Limusa, México, D. F.
- Zeevaert, L. (1983). *Foundation engineering for difficult subsoil conditions*, Van Nostrand Reinhold, New York.

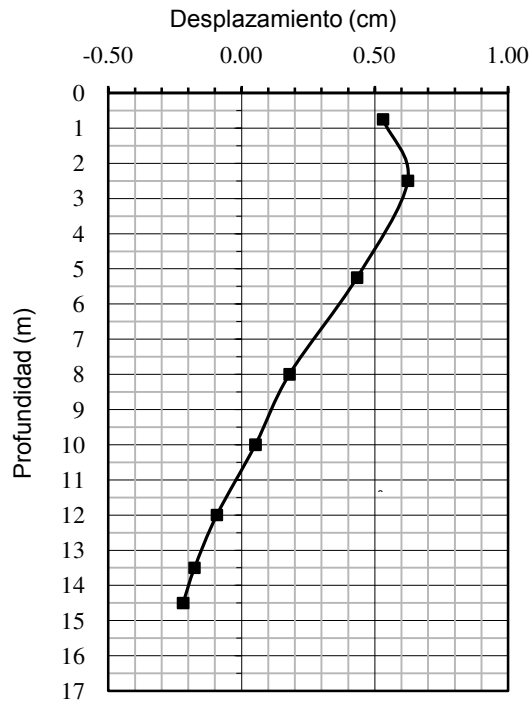


Figure 4. Diagrama de desplazamiento lateral

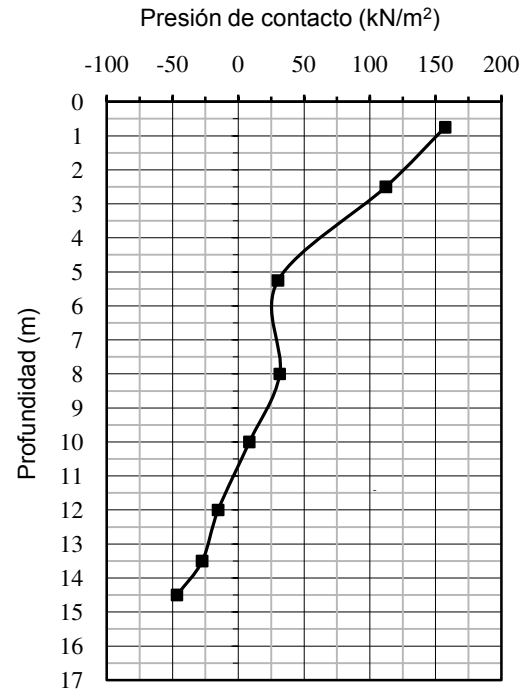


Figure 5. Diagrama de presión de contacto lateral

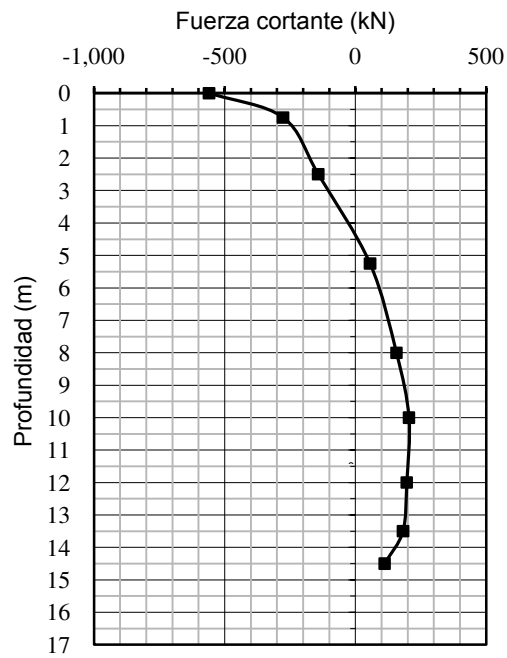


Figure 6. Diagrama de fuerza cortante

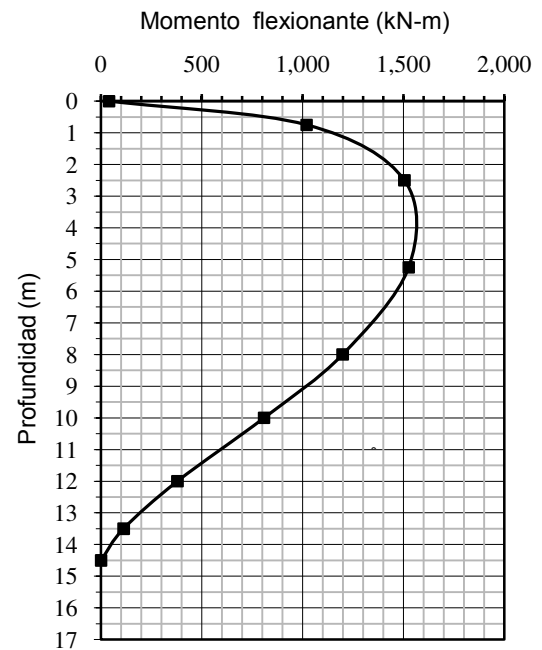


Figure 7. Diagrama de momento flexionante