

INTERNATIONAL SOCIETY FOR SOIL MECHANICS AND GEOTECHNICAL ENGINEERING



This paper was downloaded from the Online Library of the International Society for Soil Mechanics and Geotechnical Engineering (ISSMGE). The library is available here:

<https://www.issmge.org/publications/online-library>

This is an open-access database that archives thousands of papers published under the Auspices of the ISSMGE and maintained by the Innovation and Development Committee of ISSMGE.

The paper was published in the proceedings of XVI Pan-American Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering (XVI PCSMGE) and was edited by Dr. Norma Patricia López Acosta, Eduardo Martínez Hernández and Alejandra L. Espinosa Santiago. The conference was held in Cancun, Mexico, on November 17-20, 2019.

Herramientas computacionales para la determinación del factor de seguridad y posición de la superficie de falla crítica circular para taludes en terreno seco

Mohr-Coulomb

C. CARRANZA-TORRES ^{a,1} y E. HORMAZABAL ^b

^a *University of Minnesota, Duluth Campus, Minnesota, USA*

^b *SRK Consulting Chile, Santiago, Chile*

Resumen. Este artículo presenta una serie de herramientas computacionales para la estimación rápida del factor de seguridad y posición de la superficie de falla crítica circular para problemas de taludes simples. El análisis se aplica a taludes de altura y ángulo de inclinación arbitrarios en terreno homogéneo e isotrópico, que se asume obedece el criterio de resistencia al corte Mohr-Coulomb, y que está caracterizado por valores arbitrarios de peso unitario, cohesión y ángulo de fricción interna. El procedimiento propuesto se basa en ideas originalmente expuestas en el libro 'Rock Slope Engineering' de Hoek y Bray (1981) y más recientemente en los libros de Read y Stacey ('Guidelines for Open Pit Slope Design') y de Wyllie ('Rock Slope Engineering, Civil Applications') de 2009 y 2018, respectivamente. El desarrollo del procedimiento propuesto involucró el cálculo computacional de aproximadamente 3.400 casos seleccionados de taludes con el método de Bishop en el software de equilibrio límite SLIDE de Rocscience. Los resultados obtenidos a partir del análisis se resumen en representaciones gráficas adimensionales que permiten obtener factores de seguridad y posición de la superficie de falla crítica circular. Estas representaciones permiten además introducir el concepto de similitud mecánica de taludes excavados en terreno Mohr-Coulomb, con respecto a los factores de seguridad y posición de la superficie de falla crítica circular. En adición a la representación gráfica del factor de seguridad, se presenta una ecuación para calcular el factor de seguridad de taludes. Considerando que en la práctica actual del diseño de ingeniería geotécnica se prefiere el uso de hojas de cálculo por sobre los gráficos adimensionales, el procedimiento propuesto se implementa en una hoja de cálculo EXCEL de fácil utilización, que se puede descargar libremente de internet, y que permite determinar el factor de seguridad y posición de la superficie de falla crítica, tal como se obtendría con el método de Bishop en el software de equilibrio límite SLIDE. Finalmente, para ilustrar la aplicación de las herramientas propuestas, se presenta un ejemplo práctico que involucra el análisis de estabilidad de un talud en una mina a cielo abierto.

Palabras Clave. Estabilidad de taludes. Equilibrio límite. Método de las dovelas. Método de Bishop. Factor de seguridad. Resistencia al corte Mohr-Coulomb.

¹Autor correspondiente: Professor of Geotechnical Engineering, Department of Civil Engineering, University of Minnesota, Duluth Campus. 1405 University Drive, Duluth, Minnesota, MN 55812, USA; E-mail: carranza@d.umn.edu.

1. Introducción

El cómputo del factor de seguridad y la determinación de la posición de la superficie de falla crítica conforman la base de la práctica actual del análisis de estabilidad de taludes con aplicaciones en ingeniería civil y minera, sea que se realice en un modo determinístico o probabilístico —ver, por ejemplo, Vanmarcke [1], Juang et al. [2], Steffen et al. [3]. Esto es particularmente cierto en el caso de taludes en suelos o rocas blandas, o taludes en macizos rocosos altamente diaclasados, en los cuales la suposición de continuidad e isotropía del material se considera válida (Read & Stacey [4], Wyllie [5]). Para el caso de taludes en suelo y roca (al que se referirá indistintamente con el nombre de *terreno* en este artículo), cuando el terreno es relativamente homogéneo e isotrópico, es práctica corriente asumir que la superficie de falla crítica tiene una forma circular —ver, por ejemplo, Abramson et al. [6], Duncan et al. [7].

El criterio de resistencia al corte Mohr-Coulomb, caracterizado por los parámetros ángulo de fricción interna y cohesión, es tal vez el modelo de material más simple que se pueda utilizar para en un análisis de estabilidad de taludes (Coduto et al. [8], Verrijt [9], Das & Sobhan [10]). Aunque el modelo de resistencia al corte Mohr-Coulomb es extensamente utilizado en análisis de estabilidad de taludes en suelos homogéneos e isotrópicos, el modelo de resistencia al corte Hoek-Brown es el modelo que preferentemente se utiliza en análisis de estabilidad de taludes en macizos rocosos, asumidos homogéneos e isotrópicos (Hoek & Brown [11, 12]). Convenientemente, siempre es posible calcular parámetros friccionantes equivalentes Mohr-Coulomb, a partir de los parámetros Hoek-Brown, para los rangos de esfuerzos característicos del problema a ser analizado (Hoek et al. [13]).

Existen varios métodos para calcular el factor de seguridad y la posición de la superficie de falla crítica de un talud. Entre otros, se encuentran los métodos de *equilibrio límite*, *análisis límite*, y *numéricos*; el último incluye los *elementos finitos*, *diferencias finitas* y *elementos discretos* (Potts & Zdravkovic [14]). El método denominado de la *reducción de la resistencia al corte*, normalmente implementado en programas de elementos finitos o diferencias finitas, es otro método de determinación de la estabilidad de taludes que ha ganado popularidad en los años recientes —ver, por ejemplo, Matsui & San [15], Dawson et al. [16], Griffiths & Lane [17], Hammah et al. [18]. Es importante destacar que todos estos métodos de análisis de estabilidad de taludes requieren el uso de software para su implementación, ya que son computacionalmente intensos. En este sentido, es notable que en contraste con otros problemas de ingeniería geotécnica, no existen soluciones analíticas exactas (rigurosas) para calcular el factor de seguridad y la posición de la superficie de falla crítica de taludes con ángulos de inclinación arbitrarios, aun para el caso más simple de terreno que obedece el criterio de resistencia al corte Mohr-Coulomb.

A pesar de haber sido desarrollado antes de la primera mitad del siglo pasado, el *método de las dovelas*, que es una formulación particular del método de *equilibrio límite*, es aún el método más popular para la determinación del factor de seguridad y la posición de la superficie de falla crítica en taludes —ver, por ejemplo, Abramson et al. [6], Duncan et al. [7]. El método de las dovelas tiene varias formulaciones, entre las que se encuentran, entre otros, los métodos de Bishop [19], Janbu [20, 21], Spencer [22] y Morgenstern & Price [23]. El método de Bishop es uno de los más populares ya que arroja resultados (de factor de seguridad y posición de la superficie de falla crítica) que son similares a

los que se obtienen con métodos más elaborados (por ejemplo, Spencer y Morgenstern-Price), con menos esfuerzo computacional (Abramson et al. [6]). La implementación del método de dovelas tipo Bishop requiere el uso de programas de computación. Existen varios paquetes comerciales que implementan el método, por ejemplo, GEO05 (Fine Inc. [24]), SLIDE (Rocscience Inc. [25]), SLOPE/W (Geo-Slope Inc. [26]), XSTABL (Interactive Software Designs Inc. [27]), entre otros.

Considerando que no existe una solución exacta, o que se requieren métodos computacionalmente intensos para la determinación del factor de seguridad y posición de la superficie de falla crítica para taludes en terreno friccionante Mohr-Coulomb, algunos autores han propuesto *ábacos adimensionales* como medio para resumir y presentar resultados de análisis de estabilidad, obtenidos con métodos de equilibrio límite o análisis límite, en un formato gráfico que puede ser utilizado directamente en la práctica —ver, por ejemplo, Taylor [28], Bishop & Morgenstern [29], Spencer [22], O'Connor & Mitchell [30], Cousins [31], Hoek & Bray [32], Michalowski [33], Baker [34], Steward et al. [35]. Se debe mencionar además que otros autores han combinado ábacos adimensionales existentes o propuestos con observaciones de casos reales de estabilidad de taludes en el terreno y han presentado ábacos *empíricos* adimensionales —ver, por ejemplo, Haines et al. [36], Sjoberg [37], Kotze & Bosman [38].

Entre los ábacos adimensionales para taludes en terreno Mohr-Coulomb obtenidos a partir de modelos de equilibrio límite, los ábacos que se presentan en el libro clásico de Hoek & Bray [32], y más recientemente en Read & Stacey [4] y Wyllie [5], merecen atención particular. Estos ábacos de estabilidad utilizan una forma particular de normalización de resultados que fue originalmente propuesta en Bell [39], y que es probablemente la forma más compacta de representar resultados de factor de seguridad de taludes en terreno Mohr-Coulomb. Aunque no se menciona explícitamente en Hoek & Bray [32], la representación propuesta por Hoek & Bray forma la base para establecer el concepto de *similitud mecánica* de factor de seguridad de taludes en terreno Mohr-Coulomb.

Este artículo reevalúa y extiende las representaciones adimensionales propuestas por Hoek & Bray [32] para taludes en terreno *seco* Mohr-Coulomb, proveyendo representaciones adimensionales que permiten definir no solo el factor de seguridad, sino también la posición de la superficie de falla crítica circular, según se obtiene con el método de Bishop en el software de equilibrio límite SLIDE (Rocscience Inc. [25]). Tal como se discute en las secciones siguientes, las representaciones alternativas propuestas en este artículo permiten establecer el concepto de similitud mecánica de factor de seguridad y posición de la superficie de falla crítica circular para taludes en terreno Mohr-Coulomb. Considerando que en la práctica moderna de ingeniería geotécnica se prefiere el uso de hojas de cálculo de computación por sobre las representaciones gráficas adimensionales, el artículo presenta una hoja de cálculo EXCEL (Microsoft [40]), que resume los resultados de las representaciones adimensionales propuestas y que puede ser convenientemente utilizada para determinar los factores de seguridad y posición de la superficie de falla crítica circular para taludes en terreno seco Mohr-Coulomb. Complementando esta hoja de cálculo, el artículo presenta además una ecuación de ajuste de mínimos cuadrados para el cómputo de factor de seguridad en taludes en terreno seco Mohr-Coulomb.

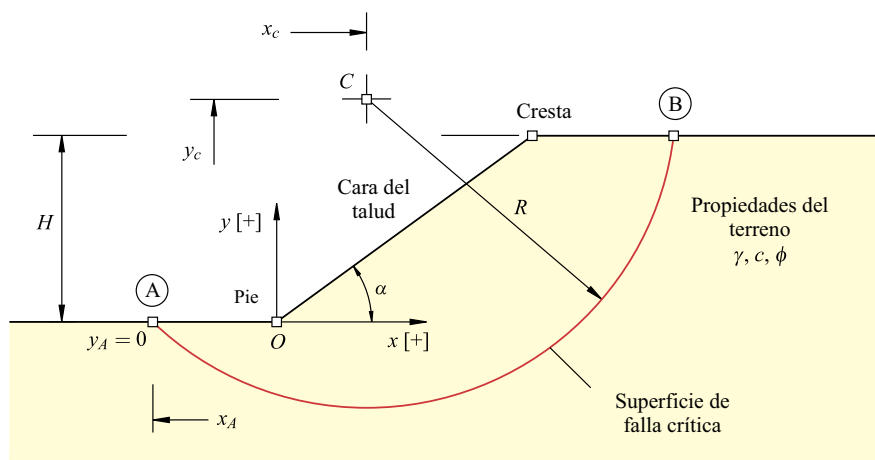


Figura 1. Talud en terreno *seco* que obedece el criterio de resistencia al corte Mohr-Coulomb.

2. Definición del problema

El problema considerado en este artículo se muestra en la Figura 1. Un talud con ángulo de inclinación α y altura H se excava en un terreno *seco* que se asume homogéneo e isotrópico. El terreno tiene un peso unitario γ , y obedece el criterio de resistencia al corte Mohr-Coulomb, con una cohesión c y un ángulo de fricción interna ϕ . El origen del sistema de coordenadas cartesianas (x, y) se considera en el *pie* del talud (punto O en la Figura 1). Cuando la resistencia al corte del terreno se divide por el factor de seguridad característico del talud, se considera que el talud está en un estado de equilibrio límite para una superficie de falla que se asume *circular* y que tiene un radio R y un centro de coordenadas (x_c, y_c) —ver punto C en la Figura 1. El punto *inicial* de la superficie de falla (punto A en la figura) tiene coordenadas (x_A, y_A) , mientras que el punto *final* de la superficie de falla (punto B) tiene coordenadas (x_B, y_B) . Para simplificar el problema, no se considera grieta de tracción en el punto final de la superficie de falla.

De acuerdo al *método de las dovelas* discutido en la Sección 1, cuando la inestabilidad del talud ocurre para la superficie de falla indicada en la Figura 1, la resistencia al corte del terreno se moviliza completamente en la superficie de falla —ver, por ejemplo, Coduto et al. [8], Verruijt [9], Das & Sobhan [10]. Para el caso de criterio de resistencia al corte Mohr-Coulomb considerado en este artículo, esta condición se escribe como

$$\tau_s = \sigma_n \tan \phi + c \quad (1)$$

donde τ_s y σ_n son los esfuerzos de corte y normales (respectivamente) en la base de una dovela arbitraria sobre la superficie de falla, y ϕ y c son el ángulo de fricción interna y la cohesión del terreno, respectivamente.

En el problema considerado en este artículo, se adopta la definición de *factor de seguridad* (FS) más comúnmente utilizada en estabilidad de taludes. Esta definición considera que el factor de seguridad es la razón entre la resistencia al corte del terreno en la superficie de falla y el esfuerzo de corte requerido para el equilibrio —ver, por ejemplo, Abramson et al. [6], Coduto et al. [8], Das & Sobhan [10]. Entre las distintas formula-

ciones existentes para calcular el factor de seguridad, este artículo considera el método de Bishop, tal como se implementa en el software SLIDE. Se recomienda al lector interesado en conocer más detalles sobre la implementación del método de dovelas y/o el método de Bishop, revisar la amplia bibliografía existente sobre los métodos utilizados en este artículo —ver, por ejemplo, Duncan [41], Abramson et al. [6], Duncan et al. [7], Huang [42].

3. Representaciones adimensionales de factor de seguridad y de superficie de falla crítica circular

Para el problema de talud presentado en la Sección 2, y siguiendo el análisis presentado por Hoek & Bray [32], las tres variables mecánicas (γ , ϕ y c) y la variable geométrica altura del talud (H), pueden ser agrupadas convenientemente en un único factor adimensional X , definido como

$$X = \frac{\gamma H \tan \phi}{c} \quad (2)$$

La ventaja de utilizar el factor adimensional X es que la razón del factor de seguridad y la tangente del ángulo de fricción interna dependerá de este factor (X) y del ángulo de inclinación del talud (α) solamente, es decir

$$\frac{FS}{\tan \phi} = f_{FS}(X, \alpha) \quad (3)$$

En la ecuación (3), f_{FS} es una función que puede ser reconstruida a partir de la evaluación de una serie de casos de taludes con valores de las variables X y α convenientemente seleccionados, como se explicará más adelante en esta sección.

Es importante destacar que las ecuaciones (2) y (3) son las inversas de los factores adimensionales utilizados originalmente por Hoek & Bray [32]. Esto es porque la forma de las variables definidas más arriba, permite cubrir un rango más amplio de taludes, según se discutirá también más adelante.

A partir de la aplicación de un análisis dimensional, se puede verificar que todas las variables que caracterizan la posición de la superficie de falla crítica para el talud de la Figura 1, cuando estas se normalizan respecto de la altura del talud (H), dependen de X y α solamente. Por ejemplo, las abscisa y ordenada del centro de la superficie de falla crítica, normalizadas respecto de la altura del talud, se definen como

$$\frac{x_c}{H} = f_{x_c}(X, \alpha) \quad (4)$$

y

$$\frac{y_c}{H} = f_{y_c}(X, \alpha) \quad (5)$$

La abscisa y ordenada (normalizadas respecto de la altura del talud) del punto *inicial* de la superficie de falla crítica (el punto *A* en la Figura 1) se definen como

$$\frac{x_A}{H} = f_{x_A}(X, \alpha) \quad (6)$$

y

$$\frac{y_A}{H} = f_{y_A}(X, \alpha) \quad (7)$$

Como en el caso de la función f_{FS} en la ecuación (3), las funciones f_{x_c} , f_{y_c} , f_{x_A} y f_{y_A} en las ecuaciones (4) a (7) pueden ser también reconstruidas a partir de la evaluación de una serie de casos de taludes con valores de las variables X y α convenientemente seleccionados.

Luego, utilizando las ecuaciones (4) a (7), el radio normalizado de la superficie de falla crítica (R/H) puede ser calculado como la distancia de los puntos C y A en la Figura 1, es decir

$$\frac{R}{H} = \sqrt{\left(\frac{x_c}{H} - \frac{x_A}{H}\right)^2 + \left(\frac{y_c}{H} - \frac{y_A}{H}\right)^2} \quad (8)$$

Las coordenadas del punto *final* de la superficie de falla (el punto B en la Figura 1) pueden ser también calculadas como la intersección de la superficie de falla y la superficie horizontal a la altura de la cresta del talud.

Se debe destacar que las ecuaciones (4) a (8) no han sido definidas en Hoek & Bray [32]; estas ecuaciones completan las representaciones originalmente propuestas por Hoek & Bray, y permiten definir la posición de la superficie de falla crítica circular.

Para reconstruir las funciones de las variables adimensionales en las ecuaciones (3) a (7), se empleó el software de equilibrio límite SLIDE (Rocscience Inc. [25]). Un total de 3.402 casos fueron evaluados con el método de dovelas tipo Bishop incorporado en el software. Las variables de entrada en los modelos fueron elegidas de forma tal de obtener un total de 81 casos de taludes igualmente espaciados (en escala logarítmica base 10) para la variable X , definida por la ecuación (2), entre los valores 10^{-2} y 100. Taludes con ángulos de inclinación α entre 20° y 80° , con incrementos de 10° , fueron considerados. Los factores de seguridad y la superficies de falla crítica circular fueron determinados para todos los casos utilizando la opción 'Autorefine Search' implementada en el software SLIDE. El Apéndice A presenta una discusión detallada de las características de los modelos de equilibrio límite considerados en este estudio.

Para ilustrar la reconstrucción de las funciones, la Figura 2 muestra la representación gráfica de la función f_{FS} en la ecuación (3), como se obtuvo con los modelos del software SLIDE. El diagrama define la relación entre el factor de seguridad normalizado $FS/\tan\phi$ (en el eje vertical) y la variable X (en el eje horizontal) para los diferentes ángulos de inclinación de talud α (representadas por las diversas curvas en el diagrama). Los puntos sobre las curvas representan los casos resueltos con SLIDE. En el eje horizontal de la Figura 2, a medida que el valor X decrece, el terreno es predominantemente cohesivo; a medida que el valor X crece, el terreno es predominantemente friccionante. Se puede demostrar que en el límite, cuando X tiende a infinito, todas las curvas se vuelven asíntotas a líneas horizontales con ordenadas correspondientes a la solución analítica de un talud infinito en terreno puramente friccionante, es decir, $FS/\tan\phi = 1/\tan\alpha$ —ver, por ejemplo, Abramson et al. [6], Coduto et al. [8], Das & Sobhan [10]. La Figura 2 muestra la influencia positiva que tiene la cohesión del terreno en el factor de seguridad: para un valor fijo del ángulo de fricción interna, el factor de seguridad se incrementa sig-

nificativamente con el incremento de la cohesión. La Figura 2 también muestra el efecto de la inclinación de la cara del talud en el factor de seguridad: para un valor fijo del factor X , el factor de seguridad decrece con el incremento del ángulo del talud.

Los resultados que se presentan en la Figura 2 fueron comparados con los resultados presentados en los ábacos adimensionales de Hoek & Bray [32] para caso de terreno *seco* y se encontró una buena correlación. En este sentido, se debe remarcar además que las representaciones adimensionales en Hoek & Bray [32] permiten obtener valores de factor de seguridad normalizados solo para el rango de la variable X entre 0,25 a 100 —es decir, la representación en la Figura 2, que considera el rango de X entre 0,01 a 100, extiende la región de casos donde el terreno es predominantemente cohesivo.

Se realizó un análisis de regresión múltiple de los resultados representados en la Figura 2 para obtener una ecuación algebraica que permite predecir valores de factor de seguridad normalizado ($FS/\tan\phi$) como función de la variable X y del ángulo de talud α . La ecuación propuesta y los detalles del análisis de regresión realizado, se presentan en el Apéndice B.

Por razones de espacio, en este artículo no se presentan explícitamente los diagramas de las funciones f_{x_c} , f_{y_c} , f_{x_A} y f_{y_A} en las ecuaciones (4) a (7). Sin embargo, estos diagramas pueden ser fácilmente construidos utilizando la información incluida en la hoja de cálculo EXCEL que se discute más adelante en la Sección 4.

Para ilustrar la aplicación de las ecuaciones (3) a (7), se considera el siguiente caso de geometría de talud y propiedades del terreno:

- Altura del talud, $H = 300$ m
- Ángulo del talud, $\alpha = 52^\circ$
- Peso unitario del terreno, $\gamma = 25$ kN/m³
- Ángulo de fricción interna del terreno, $\phi = 37^\circ$
- Cohesión del terreno, $c = 667$ kPa

Para las propiedades dadas, la variable adimensional $X = \gamma H \tan\phi / c$ resulta ser $\sim 8,473$.

Utilizando los valores de las funciones f_{FS} , f_{x_c} , f_{y_c} , f_{x_A} y f_{y_A} en las ecuaciones (3) a (7), tal como se obtienen a partir de los modelos SLIDE (y tal como se calculan a partir de un esquema de interpolación implementado en la hoja de cálculo EXCEL discutida más adelante en la Sección 4), se obtienen los siguientes resultados:

- Factor de seguridad normalizado, $FS/\tan\phi \approx 2,07$ ($FS \approx 1,56$ para $\phi = 37^\circ$); ver Punto *E* en la Figura 2
- Abscisa normalizada del centro de la superficie de falla crítica, $x_c/H \approx -0,42$ ($x_c \approx -127$ for $H = 300$ m)
- Ordenada normalizada del centro de la superficie de falla crítica, $y_c/H \approx 1,45$ ($y_c \approx 436$ m para $H = 300$ m)
- Abscisa normalizada del punto *inicial* de la superficie de falla crítica, $x_A/H = 0$ (notar que la ordenada del punto *inicial* es siempre igual a cero)
- Radio normalizado de la superficie de falla crítica, $R/H \approx 1,51$ ($R \approx 454$ m for $H = 300$ m)

El factor de seguridad normalizado puede ser también estimado con la ecuación propuesta en el Apéndice B —ver ecuaciones (B-1) y (B-3). Aplicación de esta ecuación

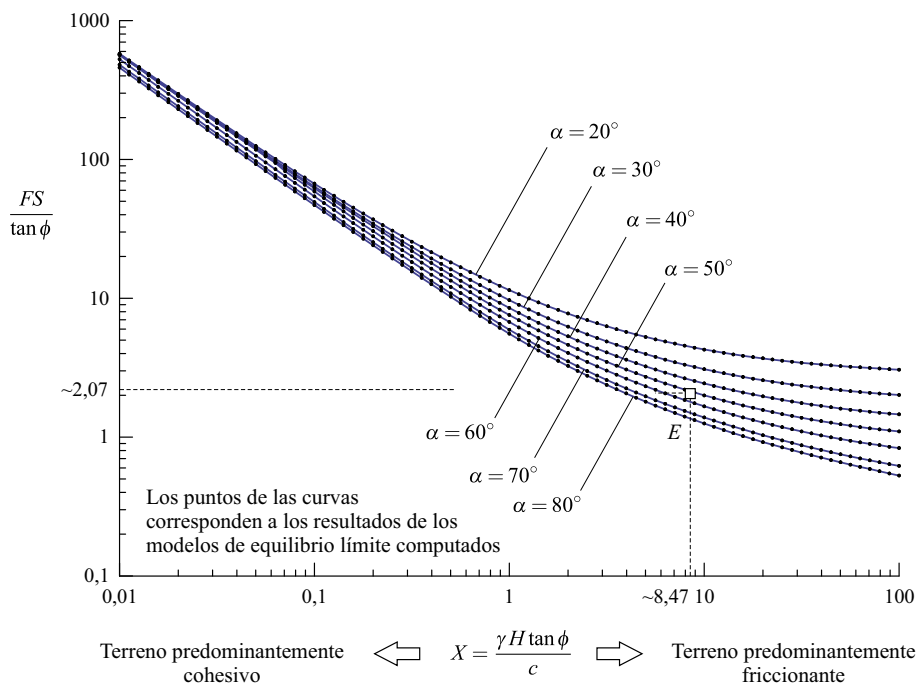


Figura 2. Diagrama adimensional para la estimación del factor de seguridad normalizado.

arroja $FS / \tan \phi = 2,02$ ($FS = 1,52$ para $\phi = 37^\circ$), que implica que hay un error aproximado de 2%, si la solución obtenida con la representación adimensional (es decir, la obtenida a partir de los modelos SLIDE) se asume como correcta —ver Apéndice B para más detalles.

Otro aspecto importante de las funciones de variables dimensionales en las ecuaciones (3) a (7) es que permiten revelar la característica de *similitud mecánica* de condiciones de estabilidad para taludes, particularmente, la similitud de factores de seguridad normalizados y la posición (normalizada) de la superficie de falla crítica circular.

Para ilustrar el concepto, la Figura 3 incluye un diagrama similar al incluido en la Figura 2 pero considerando solamente tres curvas correspondientes a ángulos de inclinación de talud iguales a 30° , 50° y 70° . Los seis bosquejos de taludes que se incluyen en el diagrama muestran las correspondientes superficies de falla crítica, definidas con las ecuaciones (4) a (8), cuantificadas con la hoja de cálculo EXCEL discutida en la Sección 4, para los tres ángulos de inclinación de talud, para casos del factor X (elegidos arbitrariamente) iguales a 0,05, 1 y 25. La Figura 3 confirma el hecho que la superficie de falla crítica es profunda para terrenos predominantemente cohesivos y somera para terrenos predominantemente friccionantes. El diagrama define los valores numéricos del factor de seguridad normalizado y de la posición normalizada de la superficie de falla para los valores de X y α mencionados.

El concepto de similitud se ilustra además con el siguiente análisis. La Tabla 1 lista cinco casos de taludes con el mismo ángulo de inclinación pero con valores significativamente diferentes de altura, peso unitario, ángulo de fricción y cohesión del terreno.

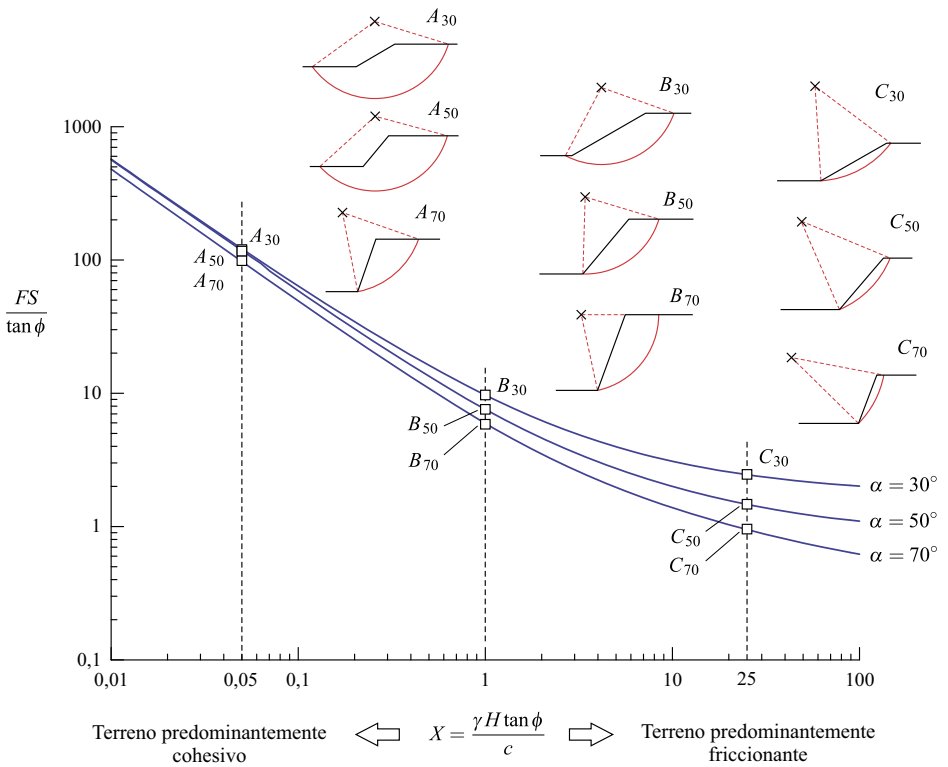


Figura 3. Diagrama adimensional de estabilidad que muestra la similitud de factor de seguridad normalizado y la posición de la superficie de falla crítica.

Tabla 1. Ejemplo de taludes que muestran similitud mecánica de factor de seguridad y superficie de falla crítica.

Caso	α [°]	H [m]	γ [kN/m ³]	ϕ [°]	c [kPa]	$X = \gamma H \tan \phi / c$ [-]
1	52	0,3	25	45	$8,852 \times 10^{-1}$	8,473
2		3	19	15	1,803	
3		30	24	35	$5,95 \times 10^1$	
4		300	25	37	$6,67 \times 10^2$	
5		3.000	27	8	$1,344 \times 10^3$	

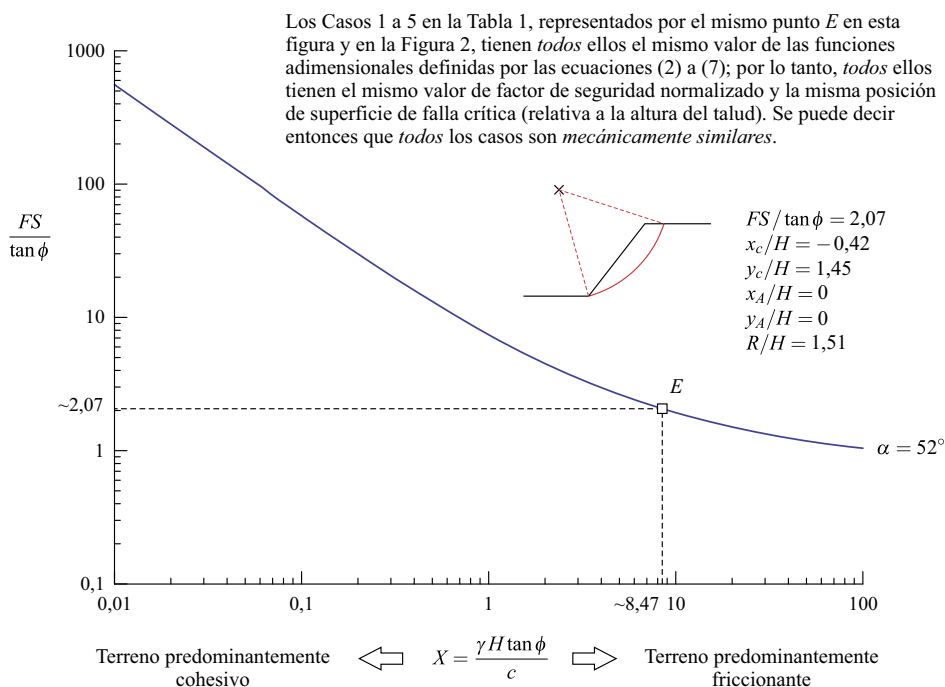


Figura 4. Diagrama adimensional de estabilidad que muestra la similitud de factor de seguridad y la posición de la superficie de falla crítica, para los casos listados en la Tabla 1.

El Caso 4 en la tabla corresponde al mismo ejemplo descrito más arriba, para el cual la altura del talud es 300 m (notar que los Casos 1 y 5 en la tabla, que corresponden a taludes de alturas no realistas, se incluyen con propósitos de ilustración solamente).

Los cinco casos diferentes listados en la Tabla 1 están caracterizados por los mismos valores de las variables de similitud X y α , y por lo tanto por los mismos valores de las funciones ' f ' en las ecuaciones (3) a (7). Debido a esto, y tal como se indica en la Figura 4, los cinco casos están caracterizados por los mismos valores de factor de seguridad normalizado y por las mismas coordenadas y radios (normalizados) de la superficie de falla crítica circular. Por lo tanto, se puede decir que todos los casos en la Tabla 1 son *mecánicamente similares* en lo que hace a estabilidad.

4. Implementación computacional de las representaciones adimensionales para estabilidad de taludes

Aunque las representaciones gráficas discutidas en las secciones anteriores han sido la forma tradicional de resumir y presentar resultados de análisis de estabilidad de taludes, en el ingeniería geotécnica actual, el ingeniero práctico prefiere el uso de hojas de cálculo de computación al uso de los ábacos adimensionales (Hoek [43]).

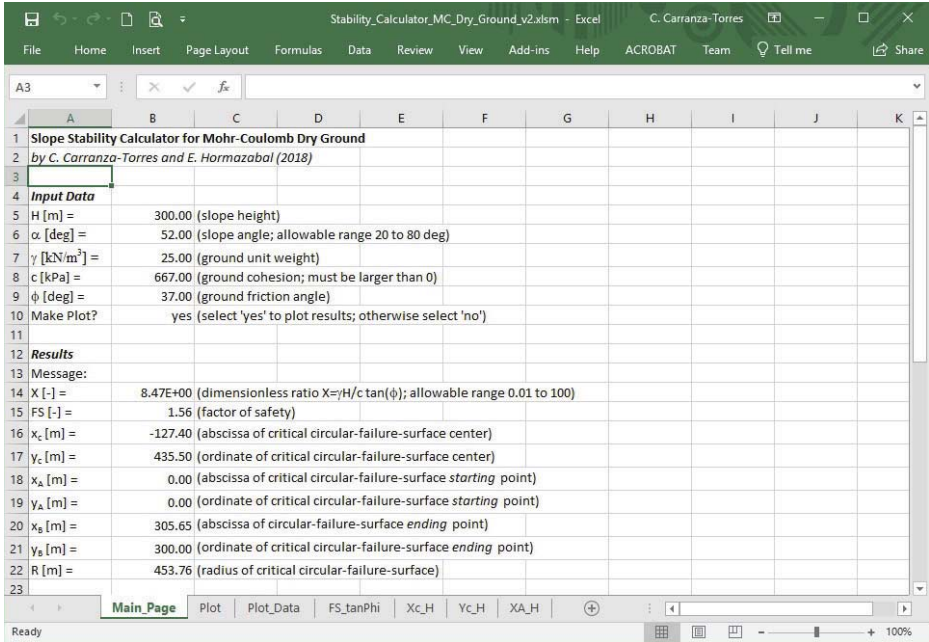


Figura 5. Hoja de cálculo principal en EXCEL para la implementación de los cálculos de estabilidad de taludes.

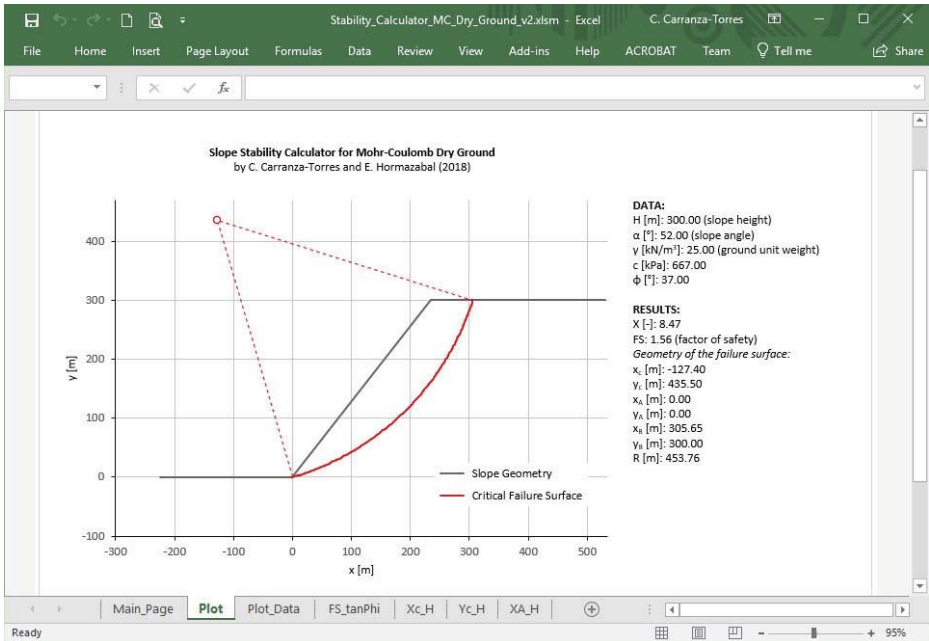


Figura 6. Hoja de cálculo gráfica en EXCEL que muestra la representación del problema de talud analizado.

Con este propósito, otra herramienta computacional que se incluye en este artículo (complementaria a los diagramas presentados en la Sección 3 y las ecuaciones discutidas en el Apéndice B) es una hoja de cálculo EXCEL (Microsoft [40]) llamada ‘Slope Stability Calculator for Mohr-Coulomb Dry Ground’ (o ‘Calculador de Estabilidad de Talud para Terreno Mohr-Coulomb Seco’). Esta hoja de cálculo contiene valores tabulados de las funciones f_{FS} , f_{x_c} , f_{y_c} , f_{x_A} y f_{y_A} en las ecuaciones (3) a (7), tal como se obtuvieron con el software SLIDE (ver Apéndice A para más detalles), e implementa un esquema de interpolación de polinomios que permite al usuario obtener valores estimativos de factor de seguridad y posición de la superficie de falla crítica circular para cualquier talud, siempre y cuando los valores del factor X y el ángulo α característicos del talud, estén dentro de los rangos mencionados en la sección anterior.

La hoja de cálculo EXCEL se muestra en la Figura 5. El usuario define la geometría del talud y las propiedades del terreno en la sección designada ‘Input Data’ (o ‘Datos de Entrada’). Los resultados se muestran en la sección designada ‘Results’ (o ‘Resultados’). Si así se especificara en los datos de entrada en la hoja de cálculo principal, otra hoja de cálculo (en el mismo fichero EXCEL) muestra un diagrama debidamente escalado del talud, representando también la posición de la superficie de falla crítica circular y el listado de los datos de entrada y de los resultados. La Figura 6 muestra una vista de la representación gráfica del problema de talud mencionada, incluyendo el listado de variables de entrada y resultados. Se debe notar que los valores particulares de datos de entrada y resultados mostrados en la Figuras 5 y 6 corresponden al mismo caso de talud discutido en la Sección 3.

El fichero EXCEL correspondiente a la hoja de cálculo presentada en esta sección puede ser descargada gratuitamente del sitio de internet del primer autor, cuya dirección es www.d.umn.edu/~carranza/SLOPE18.

Respecto del fichero EXCEL, se debe remarcar que aunque el cómputo de los resultados se implementa a través de formulas, sin el uso de macros, el fichero utiliza un macro tipo VBA (Visual Basic for Applications) para generar automáticamente el diagrama escalado del problema de talud (ver Figura 6). En este sentido, si al abrir el fichero EXCEL el programa preguntará si se debe activar o no el macro, el usuario debe aceptar la activación para que el diagrama del talud pueda ser generado.

5. Ejemplo de aplicación práctico

La Figura 7 muestra una vista de un talud en un sector de una mina a cielo abierto en Chile, que fue analizada con el método propuesto en este artículo. El talud tiene diez bancos dobles con una altura de banco de 30 m y un ancho de berma de aproximadamente 13 m. El ángulo de la cara de banco es 68° . Esto resulta en una altura total de talud $H = 300$ m, y un ángulo total de inclinación $\alpha = 52^\circ$ (medido de pie a cresta). Para el talud mostrado en la Figura 7, a la escala de la altura total del talud, el espaciamiento de diaclasas es lo suficientemente pequeño relativo a la altura del talud, que la suposición de continuidad e isotropía del macizo rocoso puede considerarse válida (Read & Stacey [4], Wyllie [5]).

El macizo rocoso está caracterizado por las siguiente propiedades Hoek-Brown:



Figura 7. Talud con bancos en una mina a cielo abierto analizado con las herramientas de cómputo de estabilidad propuestas.

- Geological Strength Index (o Índice de Resistencia Geológica), $GSI = 50$
- Disturbance Factor (o Factor de Perturbación), $D = 0,7$
- Resistencia a la compresión no confinada (roca intacta), $\sigma_{ci} = 50$ MPa
- Constante Hoek-Brown, $m_i = 12$

El macizo rocoso se asume que tiene un peso unitario promedio, $\gamma = 25$ kN/m³.

Utilizando el procedimiento descrito en Hoek et al. [13], considerando un intervalo de esfuerzo principal menor en el rango 0 a 2,5 MPa, el ángulo de fricción interna Mohr-Coulomb y la cohesión equivalente resultan $\phi = 37^\circ$ y $c = 667$ kPa, respectivamente.

Como se puede ver, este problema de talud corresponde al mismo problema ya discutido en la Sección 3 (ver punto *E* en la Figura 2; ver también el Caso 4 en la Tabla 1, y Figura 4) y en la Sección 4 (ver Figuras 5 y 6). El factor de seguridad para el talud y la superficie de falla crítica circular fueron estimadas de la siguiente manera (ver, por ejemplo, Figuras 5 y 6):

- Factor de seguridad, $FS = 1,56$
- Abscisa del centro de la superficie de falla crítica circular, $x_c = -127,40$ m
- Coordenada del centro de la superficie de falla crítica circular, $y_c = 435,50$ m
- Radio de la superficie de falla crítica circular, $R = 453,76$ m

Para confirmar la validez de estos resultados, una sección del talud mostrado en la Figura 7 fue resuelto con el software SLIDE (Rocscience Inc. [25]); en el primer caso, el modelo considera la cara del talud con los bancos, y en el segundo caso, el modelo considera una cara plana entre los puntos correspondientes al pie y cresta del

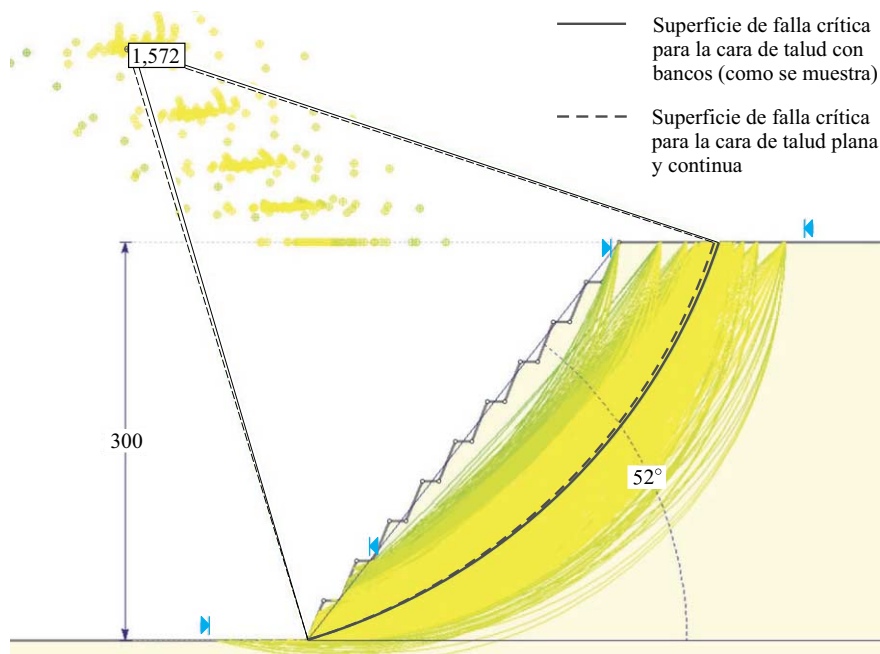


Figura 8. Modelo de equilibrio límite SLIDE (Rocscience Inc. [25]) para una sección de la mina a cielo abierto mostrada en la Figura 7.

talud real. La Figura 8 muestra una vista de los resultados obtenidos con el software SLIDE para el primer caso en que los bancos han sido considerados. La figura incluye las diferentes superficies de falla que fueron analizadas por el software, utilizando el procedimiento de búsqueda de la superficie crítica que se describe en el Apéndice A. La Figura 8 también muestra la superficie de falla crítica circular correspondiente al mínimo factor de seguridad calculado para el talud —ésta se indica con una línea gruesa continua en la Figura 8. El factor de seguridad obtenido con el software es $1,572 \sim 1,57$, que es aproximadamente igual al que se obtuvo con el método propuesto en este artículo (es decir, $1,56$). La Figura 8 también incluye la posición de la superficie de falla crítica obtenida con el método propuesto (tal como se discute en el ejemplo en la Sección 3) y con SLIDE, cuando el mismo caso de talud fue resuelto con el software SLIDE pero con una cara de talud plana —ésta se indica con una línea discontinua en la Figura 8. La posición de la superficie de falla crítica circular en ambos casos es prácticamente la misma.

6. Discusión

Las herramientas presentadas en este artículo, que incluyen las representaciones gráficas, ecuaciones y hoja de cálculo EXCEL, puede ser utilizadas para realizar una determinación rápida del factor de seguridad y de la superficie de falla crítica circular para taludes simples excavados en terreno *seco* Mohr-Coulomb. La aplicación de estas herramientas puede ser particularmente útil en la etapa de pre-diseño de proyectos que involu-

cran taludes cuando diferentes ángulos y alturas de taludes o diferentes propiedades del terreno deben ser consideradas.

Se debe notar que la adopción del método de *equilibrio límite* y la aplicación de la formulación de Bishop, en particular, utilizada para desarrollar las herramientas presentadas en este artículo, es debido a razones de eficiencia solamente —es decir, se adoptó el método y formulación mencionados para poder evaluar los miles de modelos y obtener resultados en la forma más rápida posible. Representaciones similares podrían haber sido desarrolladas utilizando los métodos de *análisis límite* y *reducción de la resistencia al corte*, discutidos en la Sección 1 —aunque en el último caso, el procesamiento de los modelos necesarios para desarrollar las herramientas propuestas en este artículo hubiera demandando un tiempo excesivamente mayor.

Es importante destacar que para el caso de taludes simples considerados en este artículo (es decir, para taludes con caras planas en material homogéneo/isotrópico), no se deberían esperar diferencias significantes en los valores de factor de seguridad y posición de la superficie de falla crítica cuando se aplican métodos de *equilibrio límite*, *análisis límite* o *reducción de la resistencia al corte* —ver, por ejemplo, Baker [44], Yu et al. [45], Dawson et al. [16], Cheng et al. [46], Leshchinsky [47]. En todo los casos, debido a que no existe una solución rigurosa cerrada para el problema de cómputo el factor de seguridad y posición de la superficie de falla crítica, todos los métodos disponibles para realizar análisis de estabilidad de taludes mencionados anteriormente (es decir, *equilibrio límite*, *análisis límite* o *reducción de la resistencia al corte*) dan una solución *aproximada* al problema solamente.

Considerando que los resultados obtenidos con las herramientas propuestas son aproximados, se debe poner cuidado al aplicar las mismas. En el contexto de utilizar el método de *equilibrio límite* como se discute en este artículo, la naturaleza aproximada de los resultados hará que valores ligeramente diferentes de factor de seguridad y/o posición de la superficie de falla crítica se obtengan con modelos de equilibrio límite SLIDE si los modelos son reevaluados con otras formulaciones (por ejemplo, formulaciones diferentes al método de Bishop), o diferente métodos de búsqueda de superficie de falla crítica (por ejemplo, diferentes al método ‘Autorefine Search’), o con características de modelo diferentes (por ejemplo, número de dovelas diferentes a 50, inclusión de grieta de tracción en la cresta del talud, y otros). En todos los casos, cuando las herramientas sean aplicadas en la etapa de pre-diseño de taludes, se recomienda realizar siempre una validación adicional de las condiciones de estabilidad con otros métodos, incluyendo aplicación otros métodos numéricos y de análisis empíricos.

El desarrollo presentado en este artículo puede ser extendido para considerar otras condiciones del terreno.

Una de estas condiciones es el caso en el que el terreno es puramente cohesivo (el ángulo de fricción interna es cero). Para este caso, debido a la ocurrencia del ángulo de fricción interna en el denominador de la ecuación (3), el cómputo de factores de seguridad y posición de la superficie de falla crítica con las herramientas en este artículo no va a ser posible (todavía sería posible obtener resultados si un valor relativamente pequeño de ángulo de fricción interna es considerado como dato de entrada en las herramientas computacionales presentadas en este artículo, sin embargo los resultados estarían sujetos a errores numéricos de redondeo). Representaciones adimensionales que consideren el terreno como puramente cohesivo podrían ser desarrolladas a partir de la solución de casos de taludes en terreno puramente cohesivo.

Otra condición de interés y de importancia práctica es aquella de la presencia de agua en el terreno. Hoek & Bray [32] presentaron ábacos adimensionales para cinco casos diferentes de taludes con niveles freáticos detrás de la cara del talud. El análisis propuesto en este artículo podría también ser extendido para esos casos, y herramientas similares a las presentadas en secciones anteriores podrían ser desarrolladas para el caso en que exista agua en el terreno.

Agradecimientos

Los autores agradecen al Dr. Evert Hoek por la revisión crítica y por las recomendaciones de cambios y mejoras provistas durante el desarrollo de la primera versión de este artículo. Los autores agradecen además al ingeniero Felipe Sanz Lizt de SRK Consulting Chile, por la asistencia provista con el desarrollo de la hoja de cálculo EXCEL presentada en la Sección 4 de este artículo.

Nota

La versión en Inglés de este artículo ha sido publicada como:

C. Carranza-Torres & E. Hormazabal *Computational tools for the determination of factor of safety and location of the critical failure surface for slopes in Mohr-Coulomb dry ground*. Proceedings of the International Symposium Slope Stability 2018. Sevilla, Spain, 2018.

Los ficheros correspondientes a la versión en Inglés y a la hoja de cálculo EXCEL pueden ser descargadas del sitio de web www.d.umn.edu/~carranza/SLOPE18.

Referencias

- [1] E. H. Vanmarcke. Probabilistic stability analysis of earth slopes. *Engineering Geology*, 16 (1-2):29–50, 1980.
- [2] C. H. Juang, Y. Y. Jhi, & D. H. Lee. Stability analysis of existing slopes considering uncertainty. *Engineering Geology*, 49(2):111–122, 1998.
- [3] O. K. H. Steffen, L. F. Contreras, P. J. Terbrugge, & Others. A risk evaluation approach for pit slope design. In *The 42nd US Rock Mechanics Symposium (USRMS)*. American Rock Mechanics Association (ARMA), 2008.
- [4] J. Read & P. Stacey. *Guidelines for open pit slope design*. CSIRO Publishing. Melbourne, Australia, 2009.
- [5] D. C. Wyllie. *Rock slope engineering. Civil Applications*. CRC Press. Taylor & Francis, 2018.
- [6] L. W. Abramson, T. S. Lee, S. Sharma, & G. M. Boyce. *Slope stability and stabilization methods*. John Wiley & Sons. New York, 2nd edition, 2002.
- [7] J. M. Duncan, S. G. Wright, & T. L. Brandon. *Soil Strength and Slope Stability*. John Wiley & Sons, 2014.
- [8] D. P. Coduto, M. C. Yeung, & W. A. Kitch. *Geotechnical engineering. Principles and practices*. Pearson, 2nd edition, 2011.
- [9] A. Verruijt. *Soil Mechanics*. Delft University of Technology, Delft, The Netherlands (Available for free downloading at <http://geo.verruijt.net/>), 2012.

- [10] B. M. Das & K. Sobhan. *Principles of Geotechnical Engineering*. Cengage, 9th edition, 2018.
- [11] E. Hoek & E. T. Brown. Empirical strength criterion for rock masses. *J. Geotech. Eng. Div. ASCE*, 106(GT9):1013–1035, 1980.
- [12] E. Hoek & E. T. Brown. Practical estimates of rock mass strength. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 34(8):1165–1186, 1997.
- [13] E. Hoek, C. Carranza-Torres, & B. Corkum. Hoek-Brown failure criterion – 2002 edition. In *Proceedings of NARMS-TAC 2002, Mining Innovation and Technology. Toronto – 10 July 2002*, pages 267–273. University of Toronto, 2002. (Available for downloading at Hoek's Corner, www.rocsience.com).
- [14] D. M. Potts & L. Zdravkovic. *Finite element analysis in geotechnical engineering. Theory*. Thomas Telford, Thomas Telford. London, 1999.
- [15] T. Matsui & K. C. San. Finite element slope stability analysis by shear strength reduction technique. *Soils and foundations*, 32(1):59–70, 1992.
- [16] E. M. Dawson, W. H. Roth, & A. Drescher. Slope stability analysis by strength reduction. *Geotechnique*, 49(6):835–840, 1999.
- [17] D. V. Griffiths & P. A. Lane. Slope stability analysis by finite elements. *Geotechnique*, 49(3):387–403, 1999.
- [18] R. E. Hammah, T. E. Yacoub, & J. H. Curran. Serviceability-based slope factor of safety using the shear strength reduction (SSR) method. In Ribeiro e Sousa L., Olalla C., & Grossmann N., editors, *Proceedings of the 11th Congress of the International Society for Rock Mechanics*, Lisbon, 2007.
- [19] A. W. Bishop. The use of the slip circle in the stability analysis of slopes. *Géotechnique*, 5(1):7–17, 1955.
- [20] N. Janbu. *Stability analysis of slopes with dimensionless parameters*. Thesis for the Doctor of Science in the Field of Civil Engineering. Harvard University, Soil Mechanics Series, No. 46, 1954.
- [21] N. Janbu. Application of composite slip surfaces for stability analysis. In *European Conference on Stability of Earth Slopes. Stockholm, Sweden*, volume 3, pages 43–49, 1954.
- [22] E. Spencer. A method of analysis of the stability of embankments assuming parallel interslice forces. *Géotechnique*, 17:11–26, 1967.
- [23] N. R. Morgenstern & V. E. Price. The analysis of the stability of general slip surfaces. *Géotechnique*, 15(1):77–93, 1965.
- [24] Fine Inc. *GEO5. Slope stability analysis software based on the limit equilibrium method*. Praha, Czech Republic, 2016.
- [25] Rocscience Inc. *SLIDE Version 7. Slope stability analysis software based on the limit equilibrium method*. Toronto, Canada, 2015.
- [26] Geo-Slope Inc. *SLOPE/W Version 2012. Slope stability analysis software based on the limit equilibrium method*. Calgary, Canada, 2012.
- [27] Interactive Software Designs Inc. *XSTABL. Slope stability analysis software based on the limit equilibrium method*. Moscow, Idaho, 2007.
- [28] D. W. Taylor. *Fundamentals of Soil Mechanics*. Wiley. New York, 1948.
- [29] A. W. Bishop & N. R. Morgenstern. Stability coefficients for earth slopes. *Géotechnique*, 10(1):129–150, 1960.
- [30] M. J. O'Connor & R. J. Mitchell. An extension of the Bishop and Morgenstern slope stability charts. *Canadian Geotechnical Journal*, 14(1):144–151, 1977.
- [31] B. F. Cousins. Stability charts for simple earth slopes. *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, 104(2):267–279, 1978.
- [32] E. Hoek & J. Bray. *Rock slope engineering*. CRC Press. London, 3rd edition, 1981.

- [33] R. L. Michalowski. Stability charts for uniform slopes. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*. ASCE, 128-4(GT9):351–355, 2002.
- [34] R. Baker. A second look at Taylor’s stability chart. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 129(12):1102–1108, 2003.
- [35] T. Steward, N. Sivakugan, S. K. Shukla, & B. M. Das. Taylor’s slope stability charts revisited. *International Journal of Geomechanics*, 11(4):348–352, 2010.
- [36] A. Haines, P. J. Terbrugge, P. J. Carrieri, & Others. Preliminary estimation of rock slope stability using rock mass classification systems. In *7th ISRM Congress*. International Society for Rock Mechanics (ISRM), 1991.
- [37] J. Sjöberg. Failure mechanisms for high slopes in hard rock. In Hustrulid W. A., McCarter M. K., & Van Zyl D. J. A., editors, *Slope Stability in Surface Mining*, pages 71–80, 2000. Society for Mining, Metallurgical and Exploration (SME). Littleton, Colorado.
- [38] G. Kotze & J. D. Bosman. Towards expediting large-scale slope design using a re-worked design chart as derived from limit equilibrium methods. In *In Slope Stability 2015: International Symposium on slope stability in open pit mining and civil engineering.*, pages 341–362, 2015. Cape Town Convention Centre, Cape Town, 12–14 October 2015. Johannesburg: The Southern African Institute of Mining and Metallurgy.
- [39] J. M. Bell. Dimensionless parameters for homogeneous earth slopes. *Journal of Soil Mechanics & Foundations Div. ASCE*, SM 5(GT9):51–65, 1966.
- [40] Microsoft. *Excel Software. Version 2016*. Microsoft. Redmond, Washington, 2016.
- [41] J. M. Duncan. State of the art: limit equilibrium and finite-element analysis of slopes. *Journal of Geotechnical Engineering*, 122(7):577–596, 1996.
- [42] Y. H. Huang. *Slope stability analysis by the limit equilibrium method. Fundamentals and methods*. American Society of Civil Engineers (ASCE) Press. Reston, Virginia, 2014.
- [43] E. Hoek. Personal communication, 2000.
- [44] R. Baker. Determination of the critical slip surface in slope stability computations. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 4(4):333–359, 1980.
- [45] H. S. Yu, R. Salgado, S. W. Sloan, & J. M. Kim. Limit analysis versus limit equilibrium for slope stability. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 124(1):1–11, 1998.
- [46] Y. M. Cheng, T. Lansivaara, & W. B. Wei. Two-dimensional slope stability analysis by limit equilibrium and strength reduction methods. *Computers and Geotechnics*, 34(3):137–150, 2007.
- [47] B. Leshchinsky. Comparison of limit equilibrium and limit analysis for complex slopes. In *Geo-Congress 2013: Stability and Performance of Slopes and Embankments III*, pages 1280–1289, 2013.
- [48] S. C. Chapra & R. P. Canale. *Numerical methods for engineers*. Mc Graw Hill. New York, 7th edition, 2015.

Apéndice A. Características de los modelos de equilibrio límite utilizados para definir las representaciones adimensionales de estabilidad

Este apéndice provee detalles de los 3.402 casos de taludes resueltos con el software SLIDE (Rocscience Inc. [25]), utilizados para producir las gráficas adimensionales y la hoja de cálculo presentada en el texto principal.

Para la mayoría de los casos prácticos, se determinó que los valores de la variable X definida por la ecuación (2) varían en el rango 10^{-2} to 100. Este rango fue determinado a partir de la aplicación de una simulación Monte-Carlo que calculó la variable X para miles de valores aleatorios no correlacionados generados a partir de una distribución uniforme para los siguientes rangos de altura de talud y propiedades del terreno:

- Altura del talud, $H = 1$ m a 500 m
- Peso unitario del terreno, $\gamma = 15$ kN/m³ a 27 kN/m³
- Ángulo de fricción interna del terreno, $\phi = 5^\circ$ a 75°
- Cohesión del terreno, $c = 100$ kPa a 500 kPa

Siete casos diferentes de ángulo de inclinación del talud variando entre 20° y 80° , en incrementos de 10° , fueron considerados. Taludes verticales no fueron considerados, ya que arrojaban superficies de falla crítica muy superficiales, particularmente para el caso de terreno predominantemente friccionante.

Para cada ángulo de talud considerado, un número total de 81 casos de taludes con valores de X igualmente espaciados (en escala logarítmica base 10) en el rango 10^{-2} a 100 fueron inicialmente evaluados. Para cada uno de estos casos, la altura del talud y las propiedades del terreno fueron obtenidas aleatoriamente, considerando los rangos de valores listados más arriba. El cómputo del factor de seguridad y la posición de la superficie de falla crítica fue repetido tres veces (para tres combinaciones diferentes de valores aleatorios de entrada) para verificar la consistencia de resultados, llevando esto a que el número total de casos analizados con SLIDE fuera 1.701 (es decir, $7 \times 81 \times 3$). El proceso de búsqueda de la superficie de falla crítica en SLIDE fue implementado en dos etapas (es decir, cada modelo fue resuelto dos veces), tal como se explica más adelante en este apéndice, llevando de esta manera el número total de casos analizados con SLIDE a 3.402.

Cada modelo SLIDE fue construido utilizando las siguientes características geométricas: denotando la longitud de la cara del talud como L , los bordes izquierdos y derechos del modelo del talud fueron ubicados a una distancia horizontal de $5L$ respecto del pie y cresta del talud, respectivamente; el borde inferior del modelo fue ubicado a una distancia vertical de $2,5L$ del pie del talud.

El factor de seguridad fue calculado utilizando el método de Bishop implementado en SLIDE, asumiendo 50 dovelas sobre la superficie de falla, y considerando una tolerancia de 0,005, con un máximo de 75 iteraciones, en la implementación iterativa del cómputo de factor de seguridad.

El proceso de búsqueda de la superficie de falla crítica circular fue realizado utilizando la opción 'Autorefine Search' implementada en el software SLIDE (la documentación del software menciona que éste es el método de búsqueda más eficiente implementado en el software), utilizando los parámetros por defecto, es decir, divisiones a lo largo del talud, número de círculos por división, y número de iteraciones, todos iguales a 10, y divisiones en la próxima iteración igual a 50%. Según se mencionara anteriormente, el proceso de búsqueda fue realizado en dos etapas. En la primera etapa, la opción 'Autorefine Search' fue aplicada a la toda la superficie superior del modelo. En la segunda etapa, la búsqueda fue limitada a los intervalos para los puntos *inicial* y *final* de la superficie de falla (ver puntos *A* y *B*, respectivamente, en la Figura 1), obtenidos en la primer etapa; en esta segunda etapa localizada, los intervalos de búsqueda para los puntos *inicial* y *final* de la superficie de falla, ambos tuvieron una longitud de 50% de la longitud de la cara del talud (por ejemplo, la Figura 8 muestra la segunda etapa de búsqueda de la superficie de falla crítica; se puede notar que las longitudes de los segmentos de búsqueda definidos por los marcadores 'triangulares' cercanos al pie y cresta del talud son aproximadamente un 50% de la longitud de la cara del talud).

Finalmente los resultados de todos los modelos resueltos con el software SLIDE fueron normalizados de acuerdo a las ecuaciones (3) a (8), e incorporados en la hoja de cálculo EXCEL presentada en la Sección 4.

Apéndice B. Ecuación propuesta para el cómputo de factor de seguridad de taludes en terreno seco Mohr-Coulomb

Un análisis de regresión múltiple de los resultados representados en la Figura 2 fue realizado para obtener una ecuación algebraica que permita predecir los valores de factor de seguridad normalizado, $FS/\tan\phi$, como función del factor X y del ángulo α . Con este propósito se utilizó el método de minimización de la suma de los cuadrados de la estimación de residuos (Chapra & Canale [48]). La ecuación de ajuste corresponde a una función de potencia inversa de la siguiente forma:

$$\frac{FS}{\tan\phi} = \frac{1}{\tan\alpha} + \frac{g_1(\alpha)}{X} + \frac{g_2(\alpha)}{X^{g_3(\alpha)}} \quad (\text{B-1})$$

donde las funciones $g_1(\alpha)$, $g_2(\alpha)$ y $g_3(\alpha)$ son funciones polinómicas que tienen una discontinuidad de la primer y segunda derivadas para $\alpha = 50^\circ$, que corresponde al valor aproximado de ángulo de talud para el cual el punto *inicial* de la superficie de falla crítica pasa por el pie del talud —ver punto *A* en la Figura 1.

Estas funciones se definen como sigue:

Si $\alpha \leq 50^\circ$

$$g_1(\alpha) = 5.524 - 1.222 \times 10^{-2} (\alpha - 50) - 1.569 \times 10^{-3} (\alpha - 50)^2 - 3.097 \times 10^{-5} (\alpha - 50)^3 \quad (\text{B-2})$$

$$g_2(\alpha) = 1.345 - 4.633 \times 10^{-2} (\alpha - 50) + 1.037 \times 10^{-3} (\alpha - 50)^2 + 1.152 \times 10^{-5} (\alpha - 50)^3$$

$$g_3(\alpha) = 3.746 \times 10^{-1} - 8.727 \times 10^{-3} (\alpha - 50) - 6.384 \times 10^{-5} (\alpha - 50)^2 + 1.808 \times 10^{-6} (\alpha - 50)^3$$

Si $\alpha \geq 50^\circ$

$$g_1(\alpha) = 5.524 - 4.383 \times 10^{-2} (\alpha - 50) + 1.985 \times 10^{-4} (\alpha - 50)^2 - 5.952 \times 10^{-6} (\alpha - 50)^3 \quad (\text{B-3})$$

$$g_2(\alpha) = 1.345 - 1.035 \times 10^{-2} (\alpha - 50) - 4.092 \times 10^{-4} (\alpha - 50)^2 + 1.044 \times 10^{-5} (\alpha - 50)^3$$

$$g_3(\alpha) = 3.746 \times 10^{-1} - 7.652 \times 10^{-4} (\alpha - 50) - 2.134 \times 10^{-4} (\alpha - 50)^2 + 4.164 \times 10^{-6} (\alpha - 50)^3$$

Se debe remarcar que el análisis de regresión realizado considera que el ángulo de inclinación del talud α en las ecuaciones anteriores está expresado en grados y no en radianes (por ejemplo, cuando se utilicen estas ecuaciones para calcular el factor de seguridad normalizado de un talud con ángulo de inclinación igual a 45° , las ecuaciones deben considerar la variable α igual a 45 y no igual a $\pi/4$).

Con respecto a la ecuación (B-1), la razón particular por la cual se ha elegido una función de potencia inversa es para poder recuperar la solución de un talud infinito cuando el terreno es puramente friccionante —es decir, $FS/\tan\phi = 1/\tan\alpha$ cuando $X \rightarrow \infty$ —ver, por ejemplo, Abramson et al. [6], Coduto et al. [8], Das & Sobhan [10].

Como en el caso de todo ajuste de regresión, se debe esperar que la aproximación definida por las ecuaciones (B-1) a (B-3) muestre un error respecto de los resultados

originales obtenidos con los modelos de equilibrio límite; este error es una consecuencia intrínseca del proceso de ajuste.

En lo que sigue de este apéndice, se presenta una discusión del error esperado en las ecuaciones (B-1) a (B-3) y se muestra como estas ecuaciones pueden tanto sobreestimar como subestimar el factor de seguridad normalizado, dentro del rango aproximado $\pm 5\%$.

La Figura B-1 muestra una representación similar a la de la Figura 2, pero obtenida con las ecuaciones propuestas. A primer vista, los diagramas en la Figura B-1 y la Figura 2 son idénticos. Sin embargo, debido a que las ecuaciones (B-1) a (B-3) son funciones de ajuste obtenidas con un análisis de regresión polinómica, siempre va a haber algún error asociado a la estimación del factor de seguridad normalizado.

Para cuantificar este error, los valores adimensionales de factor de seguridad normalizado de los modelos SLIDE, obtenidos con la ecuación (3), pueden ser asumidos como la solución real del problema; en este caso, el error absoluto puede ser entonces calculado como

$$\text{Error } \frac{FS}{\tan \phi} [\%] = \frac{FS/\tan \phi \text{ (con ecuación B-1)} - FS/\tan \phi \text{ (con ecuación 3)}}{FS/\tan \phi \text{ (con ecuación 3)}} \quad (\text{B-4})$$

La Figura B-2 es la representación gráfica de la ecuación (B-4). La figura muestra que el error asociado a la aplicación de las ecuaciones (B-1) a (B-3) puede ser positivo o negativo (es decir, los valores de factor de seguridad normalizados pueden ser tanto sobreestimados como subestimados, respectivamente); la figura muestra además que para todos los casos de factor X considerados en este artículo, el valor absoluto del error no es más grande que aproximadamente 5%.

Los autores recomiendan poner cuidado cuando se apliquen las ecuaciones (B-1) a (B-3), ya que existen un cierto grado de error asociado con el proceso de ajuste; además, y tal como se discutiera en la Sección 6, se entiende que los resultados de los modelos de equilibrio límite a partir de los cuales se derivaron las ecuaciones anteriores, son de naturaleza aproximada.

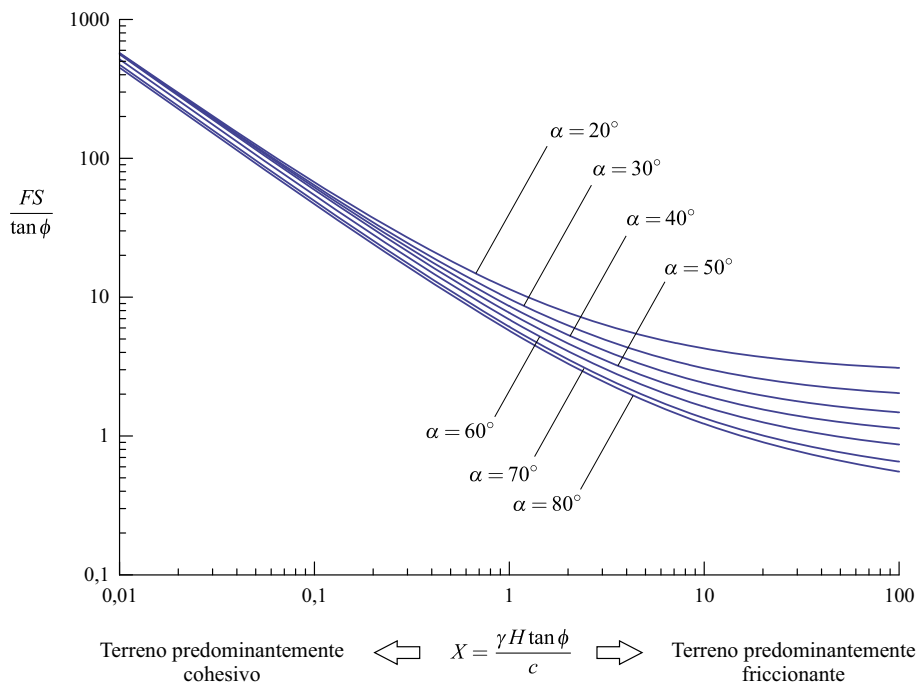


Figura B-1. Diagrama adimensional de estabilidad para la estimación del factor de seguridad normalizado obtenido con las ecuaciones (B-1) a (B-3).

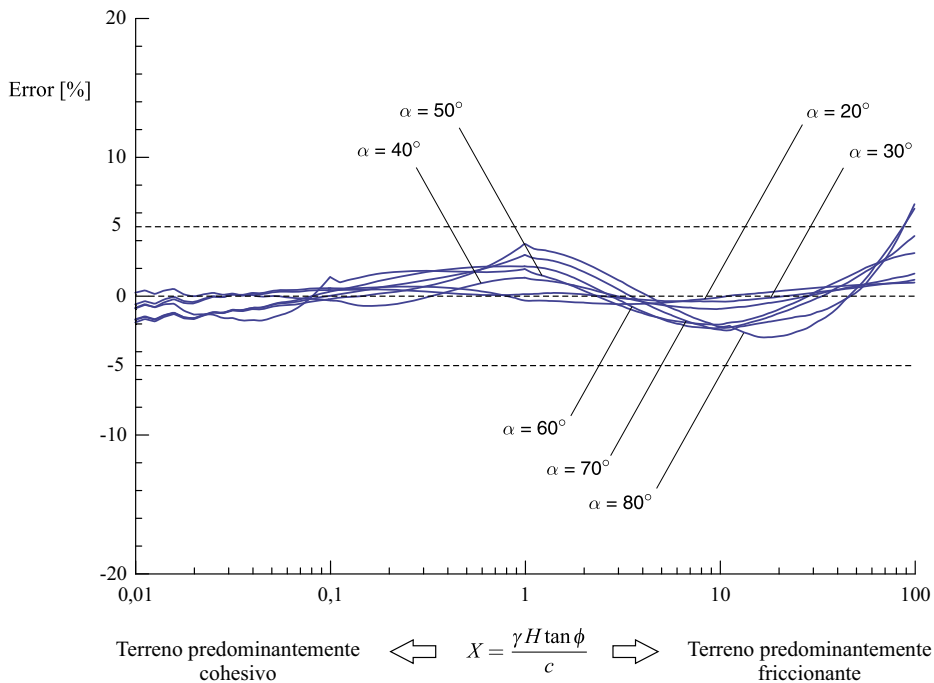


Figura B-2. Representación gráfica del error del factor de seguridad normalizado, calculado con la ecuación (B-4).